

## Určenie transformačných parametrov pre 3D transformáciu medzi systémami WGS 84 a RES (B)

G. Weiss<sup>1</sup>, J. Gašinec<sup>1</sup>, I. Leššo<sup>2</sup>, M. Šadera<sup>1</sup> a M. Zemen<sup>1</sup>

### Applying transformation parameters for 3D transformation between systems WGS 84 and RES (B)

Coordinate transformation between 3D cartesian systems: the Reference Ellipsoidal System for Bessel's Ellipsoid - RES(B) (with coordinates  $C^{R(B)}$ ), and the World geodetic system - WGS 84 (with coordinates  $C^W$ ) are used for transformations  $C^W \rightarrow C^{R(B)}$  as well for coordinates  $C^J$  in the System S-JTSK and also in reverse order  $C^J \rightarrow C^{R(B)} \rightarrow C^W$ . These coordinate transformation are necessary for GPS measurements, i. e. when  $C^J$  coordinates are to be determined for points, or in opposite cases, when coordinates  $C^J$  must be transformed to values  $C^W$  (e. g. aerial and ship navigation, development of GIS and others). These transformations can be done using various transformation models (depending on the number of points and the area size), from which Molodenskij - Badekas' model (MBM) is preferred for smaller point sets.

This contribution gives an overview of the mathematical and geometrical relations between both coordinate systems, the approach for the development of the basic transformation model, its adaptation to MBM and its linearisation. Applying the transformation equations demands for a knowledge of 6 or 7 transformation parameters that are known or one can determine them for a certain area using some identical (homological) points with known coordinates  $C^W$  and  $C^{R(B)}$ . For the determination parameters needed, it is recommended to apply optimally selected identical points from its given set using a numerical optimization for the selection. It is required for a first - rate transformation, that the points used must give the minimal value of the quadratic form of transformation residuals.

**Key words:** 3D Coordinate systems RES (B) and WGS 84, similarity transformation models, linearisation of models, Molodenskij - Badekas' transformation approach parameters, transformation quality.

### Úvod

V geodetických prácach aj bežného charakteru sa v súčasnosti vyskytujú úlohy, v ktorých sa polohy bodov určujú jednak meraním v súradnicovom systéme WGS 84 a získané súradnice sa transformujú na odpovedajúce hodnoty v systéme S - JTSK (napr. GPS určenia bodov a pod.), jednak opačne, v ktorých sa polohy bodov určené meraním v S - JTSK transformujú na korešpondujúce hodnoty v systéme WGS 84 (napr. dôležité body pre navigáciu leteckej alebo lodnej prevádzky a pod.). Keďže prevody súradníc vyžadujú z numerického hľadiska niekoľko zložitých transformácií, je potrebné mať a použiť na tieto účely vhodné programy. Tieto sa najčastejšie realizujú pre body rozložené v malých priestoroch, v rozsahu ktorých postačujú rôzne lineárne transformácie, ktoré si programovo môže zabezpečiť priamo aj užívateľská sféra používajúc, vhodné softvéry matematického, štatistického alebo aj iného charakteru.

Z jednotlivých transformácií je pre kvalitu prevodu súradníc rozhodujúca transformácia medzi súradnicovým Systémom referenčným (Bessel) - RES (B) a Svetovým geodetickým systémom WGS 84. Kvalita každej geodetickej siete v dominantnej miere závisí od:

- typu transformácie,
- kvality určenia transformačných parametrov, t.j. v podstate od vzájomnej S - JTSK súradnicovej kompatibility pevných bodov v danej oblasti.

Najpoužívanejším lineárnym transformačným postupom je transformácia s použitím Molodenského - Badekasovho modelu (MBM), v rámci ktorého sa transformačné parametre určujú prakticky výlučne na základe

Gaussovho - Markovovho odhadovacieho postupu pomocou MNŠ. Korektné určenie transformačných parametrov práve pomocou tohoto Molodenského - Badekasovho transformačného modelu je náplňou tohoto príspevku

### Matematický model

Transformácia súradníc 3D bodového poľa (Šutti, J., et al. 1997), ktoré sú dané v dvoch 3D karteziánskych súradnicových systémoch, je založená na vektorovej rovnici

$$\vec{r}_i = \vec{r}_0 + m \mathbf{R} \vec{p}_i, \quad (1)$$

<sup>1</sup> Prof. Ing. Gabriel Weiss, CSc., Ing. Juraj Gašinec, Ing. Milan Šadera a Ing. Marián Zemen. Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity, Park Komenského 19, 043 84 Košice

<sup>2</sup> Doc. Ing. Igor Leššo, CSc., Katedra informatizácie a riadenia procesov, Fakulty BERG Technickej univerzity, Boženy Němcovej 3, 043 84 Košice  
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 9.1.2002)

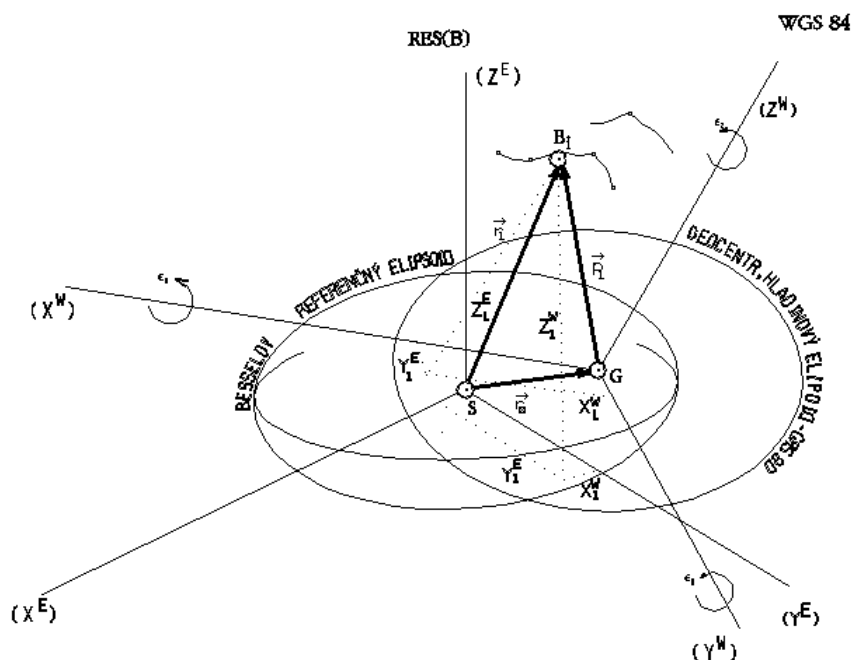
kde:  $m$  – mierkové číslo,

$\mathbf{R}$  – rotačná matica,

$\vec{r}_i$  – polohový vektor bodu  $\mathbf{B}_i$ ,

$\vec{r}_0$  – translačný vektor (vektor posunu) začiatku WGS voči začiatku RES (B) v RES (B),

$\vec{p}_i$  – polohový vektor bodu  $\mathbf{B}_i$  vo WGS 4.



Obr.1. Transformácia súradníc medzi WGS 84 a RES (B).

Fig.1. Transformation of coordinate between WGS 84 and RES (B).

Vektorom v (1) zodpovedajú príslušné algebraické vyjadrenia

$$\mathbf{C}_i^E = \mathbf{C}_G^E + \mathbf{M} \mathbf{R} \mathbf{C}_i^W, \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^E = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G^E + \mathbf{M} \mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^W, \quad (3)$$

kde:  $\mathbf{C}_i^E$  - súradnice bodu  $\mathbf{B}_i$  v RES (B) (vektor  $\vec{r}_i$ ),

$\mathbf{C}_G^E$  - súradnice začiatku G systému WGS 84 vyjadrené v systéme RES (B) (vektor  $\vec{r}_0$ ),

$\mathbf{C}_i^W$  - súradnice bodu  $\mathbf{B}_i$  v systéme WGS 84 (vektor  $\vec{p}_i$ ),

$\mathbf{M}$  - matica modulov dĺžkového skreslenia v smere príslušných súradnicových osí,

$\mathbf{R}$  - rotačná matica, ktorá popisuje pootočenie jedného systému voči druhému.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}.$$

Pre aplikáciu vzťahu (1) pre neznámy účel je možné použiť mierkové skreslenia  $m_x \doteq m_y \doteq m_z \doteq m$  ( $m$  predstavuje pomer dĺžok GPS vektorov v RES (B) a WGS 84). Transformačná rovnica (2) potom bude mať tvar

$$\mathbf{C}_i^E = \mathbf{C}_G^E + m \mathbf{R} \mathbf{C}_i^W. \quad (4)$$

Ak pri transformácii určujeme súradnice  $\mathbf{C}_i^W$ , transformačnú rovnicu (2) môžeme vyjadriť v tvare

$$\mathbf{C}_i^W = \frac{1}{m} \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{C}_i^E - \mathbf{C}_G^E). \quad (5)$$

Rotačná matica sa dá štrukturalizovať na základe vzťahu

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(\varepsilon_x) \mathbf{R}(\varepsilon_y) \mathbf{R}(\varepsilon_z), \text{ pričom} \quad (6)$$

$$\mathbf{R}(\varepsilon_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_x & \sin \varepsilon_x \\ 0 & -\sin \varepsilon_x & \cos \varepsilon_x \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}(\varepsilon_y) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_y & 0 & -\sin \varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varepsilon_y & 0 & \cos \varepsilon_y \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{R}(\varepsilon_z) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_z & \sin \varepsilon_z & 0 \\ -\sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

kde matice  $\mathbf{R}(\varepsilon_x)$ ,  $\mathbf{R}(\varepsilon_y)$ ,  $\mathbf{R}(\varepsilon_z)$ , popisujú rotácie systému WGS okolo osí  $(X)^E$ ,  $(Y)^E$ ,  $(Z)^E$ , systému RES (B).

Ak dosadíme (7) do (6), bude matica  $\mathbf{R}$  vyjadrená v tvare

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & -\sin \varepsilon_y \\ \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z - \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_z & \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z + \cos \varepsilon_x \cos \varepsilon_z & \sin \varepsilon_x \cos \varepsilon_y \\ \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z + \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z - \sin \varepsilon_x \cos \varepsilon_z & \cos \varepsilon_x \cos \varepsilon_y \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Túto maticu je možné zjednodušiť pomocou vzťahov

$$\cos \varepsilon_q = 1 - \frac{\varepsilon_q^2}{2} + \frac{\varepsilon_q^4}{24} - \dots,$$

$$\sin \varepsilon_q = \varepsilon_q - \frac{\varepsilon_q^3}{6} + \frac{\varepsilon_q^5}{120} - \dots, \quad (9)$$

pričom  $q = x/y/z$ .

Vo vzťahoch (4) a (5) je potrebné poznať okrem súradníc  $\mathbf{C}^W$ , resp.  $\mathbf{C}^E$  aj numerické hodnoty ostatných veličín, tzv. transformačné parametre  $\mathbf{TP}$ .  $\mathbf{TP}$  v počte  $p$  je potrebné vyšetriť na základe homologických bodov (body, pre ktoré máme k dispozícii súradnice v oboch súradnicových systémoch). Vzhľadom na to, že každý bod poskytuje jednu maticovú rovnicu (4) alebo (5), pre určenie  $p$  transformačných parametrov potrebujeme  $h \geq p/3$  homologických bodov. Pri geodetických aplikáciách tejto transformácie zásadne volíme počet homologických bodov väčší ako je počet transformačných parametrov  $p$ .  $\mathbf{TP}$  sa určia prostredníctvom niektorého vhodného odhadovacieho (vyrovnávacieho) modelu (Gaussov - Markovov, Gaussov - Helmertov a pod.).

Takýto postup si vyžaduje vhodnú linearizáciu modelu (4), resp. (5), pričom linearizačný proces sa súčasne môže spájať s voľbou druhu transformácie. Najčastejšie sa pre 3D transformáciu medzi karteziánskymi súradnicovými systémami používa podobnostná a afinná transformácia.

### Určenie transformačných parametrov pomocou Gaussovho - Markovovho modelu

#### Všeobecné poznatky

Gaussov - Markovov model má tvar, ktorý zaručí, že vznikne preurčený systém rovníc, t. j., že ich počet je vyšší ako  $p$ .

$$\mathbf{E}(\mathbf{L}) = \mathbf{A} \Theta \quad (10)$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{L}) = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_L, \quad (11)$$

kde :  $\mathbf{E}(\mathbf{L})$  – stredná hodnota observácií  $\mathbf{L}$ ,

$\mathbf{V}(\mathbf{L})$  – disperzia observácií  $\mathbf{L}$ ,

$\mathbf{A}$  – konfiguračná matica (matica koeficientov),

$\mathbf{p}$  – vektor určovaných parametrov,

$\sigma_0^2$  – apriórny variančný faktor,

$\mathbf{Q}_L$  – kofaktorová matica observácií  $\mathbf{L}$ .

Tento modul plne vyhovuje aj 3D transformačným úlohám. Pri riešení sa za observované veličiny pokladajú súradnice homologických bodov toho dátumu, do ktorého sa pomocou TP budú transformovať súradnice z druhého dátumu.

### Podobnostná transformácia

Linearizácia rovníc (4) sa najčastejšie vykonáva rozložením niektorých TP, predovšetkým  $\mathbf{m}$  a  $\mathbf{R}$  v zmysle:

$$\mathbf{m} = \mathbf{I} + d\mathbf{m}. \quad (12)$$

Vzhľadom na to, že uhly  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ , pri transformácii z WGS do RES (B) (alebo naopak) sú malé, je v (8) možné podľa (9) položiť  $\cos \varepsilon_q = 1$ ,  $\sin \varepsilon_q = \varepsilon_q$  a členy 2. a 3. rádu so zanedbateľnou hodnotou vynechať, takže potom

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}_3 + d\mathbf{R}, \quad (13)$$

kde:

$$d\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 0 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$\mathbf{I}_3$  je jednotková matica rozmeru (3x3).

Na základe tohoto linearizačného princípu, pri rôznom spôsobe vektorovej vyjadriteľnosti  $\bar{\mathbf{r}}_i$ , resp.  $\mathbf{C}^E$ , zohľadnení rôznych iných okolností, najmä numerických a korelačných vzťahov vo výpočtových algoritmoch, vhodnosti pre rôzne rozsiahle bodové polia a iné okolnosti, vytvorili sa rôzne formulácie základného vzťahu (4), ktoré predstavujú rôzne 3D transformačné modely, nazývané podľa ich autorov (*Buršov – Wolfov model*, *Molodenského - Badekasov model*, *Veisov model*, *Vaničkov - Wellsov model*, *Krakinwského – Thompsonov model* a iné) (Burša, M., 1968, Krakiwsky, E., 1974).

### Molodenského - Badekasov transformačný model

#### Sedem prvková transformácia

Princíp tejto transformácie spočíva vo voľbe bodu v strede bodového poľa, určeného na spracovanie. Tento tzv. referenčný bod  $\mathbf{B}_0$  môže byť aj fiktívny (nestabilizovaný), definovaný len svojimi súradnicami  $X_0^W, Y_0^W, Z_0^W$ . Bod  $\mathbf{B}_0$  môžeme definovať aj pomocou jednoduchých aritmetických priemerov zo súradníc  $\mathbf{C}^W$  všetkých bodov poľa použitých pre transformáciu.

Pre potreby transformácie sa do tohoto bodu fiktívne posunie počiatok  $\mathbf{G}$  systému WGS 84 a poloha bodu  $\mathbf{B}_i$  sa potom môže vyjadriť vzťahom

$$\bar{\mathbf{r}}_i = \bar{\mathbf{r}}_0 + \mathbf{mR}\bar{\mathbf{p}}_{oi}. \quad (15)$$

Vektor  $\bar{\mathbf{r}}_0$  je možné vyjadriť ako súčet vektorov  $\bar{\mathbf{r}}_g$  a  $\bar{\mathbf{p}}_0$ , takže

$$\bar{\mathbf{r}}_0 = \bar{\mathbf{r}}_g + \bar{\mathbf{p}}_0. \quad (16)$$

Potom polohový vektor bodu  $\mathbf{B}_i$  v systéme RES(B) bude

$$\bar{\mathbf{r}}_i = \bar{\mathbf{r}}_g + \bar{\mathbf{p}}_0 + \mathbf{mR}\bar{\mathbf{p}}_{oi} \quad (17)$$

a v algebraickom vyjadrení

$$\mathbf{C}_i^E = \mathbf{C}_G^E + \mathbf{C}_0^W + \mathbf{mR}(\mathbf{C}_i^W - \mathbf{C}_0^W), \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^E = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G^E + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_0^W + \mathbf{mR} \left( \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^W - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_0^W \right). \quad (19)$$



Stochastický model pre určenie  $\hat{\mathbf{TP}}$  bude

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\mathbf{C}^E} &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{TP}} - (\mathbf{C}^E - \mathbf{C}^W) = \mathbf{A} \hat{\mathbf{TP}} - \mathbf{L}, \\ \Sigma_{\mathbf{L}} &= \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\mathbf{L}}, \end{aligned} \quad (25)$$

pričom sa bežne používa  $\mathbf{Q}_{\mathbf{L}} = \mathbf{I}$ ,  $\sigma_0^2 = 1$ .

Na základe modelu (25) sa odhady (vyrovnané hodnoty)  $\hat{\mathbf{TP}}$  vypočítajú zo vzťahu

$$\hat{\mathbf{TP}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{L}. \quad (26)$$

ktorých presnosť vyjadruje matica  $\Sigma_{\hat{\mathbf{TP}}}$  daná vzťahom

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{TP}}} = \sigma_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}. \quad (27)$$

Príslušné matice budú mať blokovú štruktúru, závisiacu na počte  $h > 3$  homologických bodov, použitých na určenie  $\hat{\mathbf{TP}}$ . Ich tvar je nasledovný:

$$\mathbf{A}_{3h,7} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_i \\ \vdots \\ \mathbf{A}_h \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_{3h,1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}^E - \mathbf{C}^W)_1 \\ \vdots \\ (\mathbf{C}^E - \mathbf{C}^W)_i \\ \vdots \\ (\mathbf{C}^E - \mathbf{C}^W)_h \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Transformácia súradníc  $\mathbf{C}^W$  nehomologických bodov  $\mathbf{C}^E$ , použijúc **MBM**, sa po výpočte  $\hat{\mathbf{TP}}$  uskutoční na základe rovníc (23) podľa rovnice

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} \end{bmatrix}^E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta X_{i0}^W & 0 & -\Delta Z_{i0}^W & \Delta Y_{i0}^W \\ 0 & 1 & 0 & \Delta Y_{i0}^W & \Delta Z_{i0}^W & 0 & -\Delta X_{i0}^W \\ 0 & 0 & 1 & \Delta Z_{i0}^W & -\Delta Y_{i0}^W & \Delta X_{i0}^W & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_G^E \\ \mathbf{Y}_G^E \\ \mathbf{Z}_G^E \\ \mathbf{dm} \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} \end{bmatrix}^W, \quad (29)$$

vyjadrených v algebraickej forme

$$\begin{aligned} X_i^E &= X_G^E + \mathbf{dm} \Delta m_{i0}^W - \varepsilon_Y \Delta Z_{i0}^W + \varepsilon_Z \Delta Y_{i0}^W, \\ Y_i^E &= Y_G^E + \mathbf{dm} \Delta m_{i0}^W + \varepsilon_X \Delta Z_{i0}^W - \varepsilon_Z \Delta X_{i0}^W, \\ Z_i^E &= Z_G^E + \mathbf{dm} \Delta m_{i0}^W - \varepsilon_X \Delta Y_{i0}^W + \varepsilon_Y \Delta X_{i0}^W. \end{aligned} \quad (30)$$

Pre vektor  $\mathbf{h}$  homologických bodov bude rovnica (29) tvoriť "bodové bloky" v príslušných globálnych maticiach

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ \vdots \\ X_h \\ Y_h \\ Z_h \end{bmatrix}^E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_{10}^W & 0 & -Z_{10}^W & Y_{10}^W \\ 0 & 1 & 0 & Y_{10}^W & Z_{10}^W & 0 & -X_{10}^W \\ 0 & 0 & 1 & Z_{10}^W & -Y_{10}^W & X_{10}^W & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & X_{20}^W & 0 & -Z_{20}^W & Y_{20}^W \\ 0 & 1 & 0 & Y_{20}^W & Z_{20}^W & 0 & -X_{20}^W \\ 0 & 0 & 1 & Z_{20}^W & -Y_{20}^W & X_{20}^W & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & X_{30}^W & 0 & -Z_{30}^W & Y_{30}^W \\ 0 & 1 & 0 & Y_{30}^W & Z_{30}^W & 0 & -X_{30}^W \\ 0 & 0 & 1 & Z_{30}^W & -Y_{30}^W & X_{30}^W & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_G^E \\ Y_G^E \\ Z_G^E \\ \mathbf{dm} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ \vdots \\ X_h \\ Y_h \\ Z_h \end{bmatrix} \quad (31)$$

### Záver

Ako vyplýva z postupu určenia transformačných parametrov medzi uvedenými dvomi súradnicovými sústavami, kvalita každej transformácie v rozhodujúcej miere závisí od kvality GPS meraní (pri použití statickej metódy), t.j. najmä od parametrov prijímača, ako aj použitého firemného softvéru a v našich podmienkach predovšetkým od kvality bodov so známymi S - JTSK súradnicami, ktoré sa pri určení transformačných parametrov použijú ako identické (homologické) body. Keďže v mnohých situáciách o kvalite bodov nie sú k dispozícii žiadne informácie, ukazuje sa, že je vhodné, zamerať viac bodov ako je potrebné (napr. 5 - 6 bodov) a aby sa numerickou optimalizáciou pri programovom výpočte transformačných parametrov vybrali také tri body (prípadne aj viac), ktoré poskytujú najvyššiu presnosť, t. j. najmenšie hodnoty na diagonálach kofaktorovej alebo kovariančnej matice určených transformačných parametrov.

Matematický výpočet transformačných parametrov pomocou lineárneho modelu umožňuje bezproblémové určenie aj štandardných odchýliek transformačných parametrov. Pomocou nich, ako aj s použitím štandardných odchýliek súradníc bodov vo WGS 84 vieme na základe pravidiel o šírení sa variancií určiť aj štandardné odchýlky do S-JTSK transformovaných súradníc, t.j. vypočítať presnosť určovaných bodov z konkrétneho merania a v konkrétnych podmienkach.

Uvedená jednoduchá transformácia, ako aj nehomogenita pevných bodov pri určovaní transformačných parametrov, spôsobujú, že ich platnosť a použiteľnosť nie je vhodná pre rozsiahlejšie oblasti. Naznačeným postupom určené transformačné parametre sú použiteľné najviac do 2-3 násobného rozsahu, aké má predmetné bodové pole.

### Literatúra

- BURŠA, M.: On the Possibilities of determining the Rotating Elements of Geodetic Reference System on the Basis of Satellite Observations. SGG, 1968, Vol. 11, No. 4, 390-396
- KRAKIWSKY, E. J., THOMPSON, D.B.: Mathematical Models for the Combination of Terrestrial and Satellite Networks. Canad. Surv., Vol 28, Dec 1974, No. 5, 606-615
- ŠÜTTI, J. et al.: 3D transformácie karteziánskych súradníc. Katedra geodézie a geofyziky F BERG Technickej univerzity, Košice 1997