

Určenie a charakteristiky výškových pohybov terénu

Juraj Sütti¹

Determination and characteristics of the terrain height movements

To determine vertical movements of the earth crust, a kinematic processing model was developed by repeatedly levelling measured heights of the earth's surface. From this model, applying a free adjustment, the primary vertical displacement is measured as rates of the height changes and annual velocities can be so obtained. In addition, other characteristics for the height movements and the "deformed" topographic surface in the measured region should be derived. The visualisation of the movement and deformation characteristics using convenient map forms are considered useful.

Key words: recent vertical movements, kinematic processing model, testing, horizontal gradients of the height displacements, topography surface curvatures.

Úvod

Recentné vertikálne pohyby pevninovej zemskej kôry, vyvolané endogénnymi činiteľmi, sa prejavujú aj v jej najvrchnejších vrstvách, t.j. v pôdnych a podložných horninových útvaroch. Na ich sledovanie sa používajú aj vhodné geodetické merania poskytujúce o nich hodnotné, kvantifikované informácie, ktoré o geodynamických pohyboch spolu s ich analýzou poskytujú dôležité poznatky o stave stability územia a o jeho možnom budúcom vývoji. Tieto poznatky sú významné nielen z hľadiska spoznania prebiehajúcich geodynamických javov, ale sú zvlášť aktuálne pred výstavbou inžinierskych diel, stavebných konštrukcií, komunikácií, pri skúmaní geomechanických vlastností horninových masívov, pri výstavbe obytných rajónov, pri technogénnych zásahoch do horných vrstiev zemskej kôry (hlbinná i povrchová ťažba surovín, presuny hmôt, vytváranie veľkoobjemových priestorov v podzemí, a pod.). Získanie spoľahlivých poznatkov z tejto oblasti je záležitosťou celého radu odborníkov, medzi ktorými geodet zastáva popredné miesto z hľadiska poskytnutia 4D informácií o geometrických priestorových zmenách horninových vrstiev a blokov v čase a s potrebnou presnosťou.

Geodetické zisťovanie týchto zmien sa väčšinou realizuje (zatiaľ) ako oddelené určovanie dvojrozmerných (polohových) a jednorozmerných (výškových) zložiek celkových priestorových zmien, pričom každá metodika a technológia určovania polohových aj výškových zložiek patrí do celkovej problematiky deformačných meraní, ich spracovaní a analýz.

Výškové monitorovanie povrchu zemskej kôry je pre geodetickú prax veľmi častou aktivitou, pretože umožňuje zistiť a spoznať vertikálne prejavy geodynamických javov, generovaných geologickou štruktúrou územia a jej poruchami. Cieľom tohoto príspevku je prispieť k riešeniu tejto problematiky najmä vhodným matematickým modelom na vyšetrenie výškových zmien zemskeho povrchu, v ktorom sa dajú použiť výsledky opakovaných nivelačných meraní v lokálnych aj regionálnych rozsahoch. V tomto modeli s voľným vyrovnaním pôjde o určovanie výškových zmien bodov na základe ich relatívnych výšok, t.j. s použitím takého deformačného výškového merania, v ktorom sa nepoužijú "pevné" - vzťažné výškové body (bežne aplikované pre štandardný postup riešenia výškovej deformácie). Kinematický model je navrhnutý pre súčasné spracovanie meraní z dvoch epoch t_0 , t_k , $k=1,2,\dots,m$, ktorý spolu s testovaním výsledkov poskytne najdôležitejšie primárne informácie o výškovom správaní sa zemskeho povrchu, resp. zemskej kôry medzi dvomi epochami. Príspevok poukazuje tiež na význam komplexného popisu výškového prejavu terénu pomocou ďalších charakteristík, ako sú gradienty zvislého pohybu a krivosti "deformovanej" topografickej plochy.

Nivelačná sieť a jej dátum

Nivelačné siete, používané pre deformačné účely, je výhodné spracovať ako voľné siete, teda bez použitia bodov s "danými, pevnými" výškami z určitého výškového systému pre tvorbu dátumu

¹ Prof. Ing. Juraj Sütti, DrSc., Katedra geodézie a geofyziky F BERG Technickej univerzity, 043 84 Košice, Park Komenského 19 (Recenzovali: Doc. Ing. Vladimír Sedlák, CSc. a Ing. Michal Bačida, CSc. Revidovaná verzia doručená 10.6.1998)

siete. Niveláčnej siete sa donedávna spracovávali aj pri opakovaných meraniach ako väzbové siete, pripojené na dátumové body použitého výškového systému, t.j. na body štátnych niveláčnych sietí (Hardy, 1971; Marčák, 1974; Mälzer, 1979; Pelzer, 1981; Thurm, 1973). Tieto body však nemôžu ani na malých územiach zabezpečiť identický (vonkajší) výškový dátum v každej epoche, čo je pre plnenie deformačnej funkcie siete nutné. Tento problém je však možné exaktne vyriešiť použitím vhodne vytvoreného vnútorného dátumu siete, t.j. spracovaním siete ako voľnej, keď sa žiadny bod nebude považovať za "výškově pevný" bod v čase, a keď sa teda pre každý bod siete v každej epoche bude určovať jeho aktuálna výška vzťahovaná k tomu istému dátumu. V rámci voľného vyrovnania niveláčnej siete, voľbou bodov, ktorých približné hodnoty výšok sú k dispozícii, sa vytvorí fiktívny výškový systém (referenčný výškový základ), ktorý sa použije v každej epoche. Tým sa zabezpečí, že v každej epoche sa určia síce len relatívne výšky bodov, ale z nich vypočítané hodnoty výškových zmien medzi dvomi epochami (Caspary, 1988; Hardy, 1971; Illner, 1985; Reissmann, 1976). majú absolútny charakter.

Kinematický model spracovania výškových údajov

Navrhovaný matematický model na určenie vyrovnaných výšok bodov niveláčnej siete (všeobecne s n meranými prevýšeniami a s u niveláčnymi bodmi) patrí do skupiny tzv. kinematických deformačných modelov Peltzer, 1987; Vyskočil, 1968), definovaných na báze Gaussovho-Markovovho odhadovacieho modelu. Podľa nich sa určujú nielen výšky, ale súčasne aj časové a iné údaje o výškových zmenách bodov, a to na základe určenia ročnej rýchlosti (prípadne aj zrýchlenia) pohybu bodov.

Základnou vlastnosťou kinematických modelov je vyjadrenie výšky bodu ako funkcie času

$$H = f(t), \quad (1)$$

ktorá sa najčastejšie realizuje mnohočlenom typu

$$H = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots, \quad (2)$$

resp. pre časový interval $\Delta t_{(ok)} = t_k - t_0$, t.j. medzi základnou (prvou) epochou t_0 a k -tou epochou t_k aj v tvaroch

$$H_{(k)} = H_{(0)} + \frac{d(\delta H)}{dt}(t_k - t_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2(\delta H)}{dt^2}(t_k - t_0)^2 + \dots, \quad (3a)$$

$$H_{(k)} = H_{(0)} + \delta \dot{H} \Delta t + \frac{1}{2} \delta \ddot{H} \Delta t^2 + \dots, \quad (3b)$$

kde $H_{(k)}$ je výška bodu v epoche t_k , $H_{(0)}$ je výška bodu v epoche t_0 , δH je výškový posun bodu za časový interval $\Delta t_{(ok)}$, $\delta \dot{H}$ je rýchlosť a $\delta \ddot{H}$ zrýchlenie pohybu bodu. Pre vytváraný model je možné predpokladať, že výškový pohyb bodu B_i na skúmanom území za obdobie $\Delta t_{(ok)}$ bude mať rovnomerný, spojitý charakter, s v podstate priemernou (strednou) ročnou rýchlosťou w_i , takže sa použije rovnica

$$H_{i(k)} = H_{i(0)} + \delta \dot{H}(t_k - t_0) = H_{i(0)} + w_i(t_k - t_0) = H_{i(0)} + \delta H_{i(ok)}. \quad (4)$$

Koncepcia vytvorenia navrhovaného modelu, okrem použitia základných modelových rovníc (4), bude riešená na báze spoločného spracovania meraní z dvoch epoch (bivariálny model spracovania), čo je výhodnejšie najmä zo štatistického (väčší dátový súbor), ale aj z numerického a ďalších pohľadov, ako použitie separátneho spracovania v každej epoche, resp. použitie multivariálnych spracovaní. V spoločnom spracovaní niveláčnej siete z epoch t_0 a t_k sa budú určovať odhady výšok $\hat{H}_{i(0)}$ z epochy t_0 (v ktorej bude rýchlosť pohybu bodov nulová, $\hat{w}_{i(0)} = 0$) a priemerné ročné rýchlosti pohybov \hat{w}_i , určené z údajov v časovom období $\Delta t_{ko} = t_k - t_0$. Odhady výšok $\hat{H}_{i(k)}$ v epoche t_k sa budú po vlastnom vyrovnaní určovať podľa vzťahu (4), t.j. ako funkcie vyrovnaných hodnôt $\hat{H}_{i(0)}$ a \hat{w}_i . Na určenie týchto odhadov sa použije Gaussov-Markovov model s neúplnou hodnotou a s voľným vyrovnaním.

Na základe týchto východísk je potom možné vytvoriť dielčie modely pre epo-chy t_0 aj t_k a ich zlúčením spoločný model pre obe epochy.

V epoche t_0 sa dá na základe (4) napísať pre každé merané prevýšenie $\Delta H_{ij(t_0)}$ príslušná rovnica Gaussovho-Markovovho modelu v obvyklom tvare

$$\begin{aligned} v_{\Delta H_{ij(t_0)}} &= -d\hat{H}_{i(t_0)} + d\hat{H}_{j(t_0)} - (\Delta H_{ij(t_0)} - \Delta H_{ij}^0), \\ v_{\Delta H_{ij(t_0)}} &= -d\hat{H}_{i(t_0)} + d\hat{H}_{j(t_0)} - d\Delta H_{ij(t_0)} \end{aligned} \quad (5)$$

ktorých maticové vyjadrenie pre všetky prevýšenia v sieti dáva

$$\begin{aligned} v_{(0)} &= A_{(0)} d\hat{H}_{(0)} - d\Delta H_{(0)}, \\ \Sigma_{\Delta H_{(0)}} &= \sigma_0^2 Q_{\Delta H_{(0)}}. \end{aligned} \quad (6)$$

V tomto čiastkovom modeli je $v_{(0)}$ n rozmerný vektor opráv meraných prevýšení v čase t_0 , $A_{(0)}$ je nxu rozmerná konfiguračná matica nivelačnej siete, $d\hat{H}_{(0)}$ je u rozmerný vektor vyrovnaných výškových doplnkov, $d\Delta H_{(0)}$ je n rozmerný vektor redukovaných observácií, $Q_{\Delta H_{(0)}}$ je nxn rozmerná matica kofaktorov prevýšení, σ_0^2 je apriórny variančný faktor (jednotková variancia) a $\Sigma_{\Delta H_{(0)}}$ je nxn rozmerná kovariančná matica prevýšení.

V epoche t_k sa vyjadria výšky $\hat{H}_{i(t_k)}, \hat{H}_{j(t_k)}$ ako algebraický súčet príslušných výšok v epoche t_0 a ich zmien $\delta\hat{H}_{i(0k)}$ za obdobie $\Delta t = t_k - t_0$ podľa (4)

$$\hat{H}_{i(t_k)} = \hat{H}_{i(t_0)} + \delta\hat{H}_{i(0k)}, \quad \hat{H}_{j(t_k)} = \hat{H}_{j(t_0)} + \delta\hat{H}_{j(0k)} \quad (7)$$

a potom je možné modelové rovnice napísať v tvare

$$v_{\Delta H_{ij(t_k)}} = -(\hat{H}_{i(t_0)} + \delta\hat{H}_{i(0k)}) + (\hat{H}_{j(t_0)} + \delta\hat{H}_{j(0k)}) - \Delta H_{ij(t_k)}. \quad (8)$$

Po rozklade $\hat{H}_{i(t_0)} = H_i^0 + d\hat{H}_{i(t_0)}$, $\hat{H}_{j(t_0)} = H_j^0 + d\hat{H}_{j(t_0)}$, kde H_i^0 a H_j^0 sú približné výšky, dosadení do (7) a usporiadaní, má modelová rovnica pre epochu t_k tvar

$$v_{\Delta H_{ij(t_k)}} = -d\hat{H}_{i(t_0)} + d\hat{H}_{j(t_0)} - \hat{w}_i \Delta t + \hat{w}_j \Delta t - (\Delta H_{ij(t_k)} - \Delta H_{ij}^0). \quad (9)$$

Na jej základe je možné vytvoriť pre celú množinu meraných prevýšení v epoche t_k formálne rovnaký model ako je (6)

$$\begin{aligned} v_{(k)} &= A_{(k)} \hat{\Theta} - d\Delta H_{(k)}, \\ \Sigma_{\Delta H_{(k)}} &= \sigma_0^2 Q_{\Delta H_{(k)}}, \end{aligned} \quad (10)$$

ale s odlišným významom a rozmermi jeho prvkov: $v_{(k)}$ bude n rozmerný vektor opráv prevýšení meraných v epoche t_k , $A_{(k)} = [A_{H_0} \ A_w]$ je nx2u rozmerná konfiguračná matica siete v t_k , $\hat{\Theta} = [d\hat{H}_{(0)} \ \hat{w}]$ je 2u rozmerný vektor parametrov zaradených do modelu, tvoriacich u rozmerný subvektor vyrovnaných výškových doplnkov $d\hat{H}_{i(t_0)}$ a u rozmerný subvektor priemerných ročných rýchlostí $\hat{w} = [\hat{w}_1 \dots \hat{w}_u]$ pohybu u bodov, $d\Delta H_{(k)}$ je n rozmerný vektor redukovaných prevýšení zameraných v epoche t_k a matice $Q_{\Delta H_{(k)}}$, σ_0^2 a $\Sigma_{\Delta H_{(k)}}$ majú analogický význam ako v čiastkovom modeli (6).

Čiastkové modely (6) a (10) po zlúčení do spoločného modelu pre obe epochy, a teda pre súčasné spracovanie meraných prevýšení z oboch epoch, tvoria výsledný model

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{(o)} \\ \mathbf{v}_{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{Ho} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{Ho} & \mathbf{A}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\hat{\mathbf{H}}_{(o)} \\ \hat{\mathbf{w}}_{(ok)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d\Delta\mathbf{H}_{(o)} \\ d\Delta\mathbf{H}_{(k)} \end{bmatrix}, \quad (11a)$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{\Delta\mathbf{H}(o)} & \\ & \Sigma_{\Delta\mathbf{H}(k)} \end{bmatrix} = \sigma_o^2 \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{H}(o)} & \\ & \mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{H}(k)} \end{bmatrix},$$

resp.

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{A}\hat{\Theta} - d\Delta\mathbf{H}, \\ \Sigma_{\Delta\mathbf{H}} &= \sigma_o^2 \mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{H}}, \end{aligned} \quad (11b)$$

pričom v blokovej konfiguračnej matici A blok 0 predstavuje nxu rozmernú nulovú maticu.

V modeli (11) nivelačnej siete, ktorú chceme spracovať voľným vyrovnaním, bude $rk(A) < 2u$, $rk(A) = 2u - d$, kde $d=2$ je defekt siete (výška, rýchlosť). V estimácii tohoto modelu, ktorý má stĺpcove singulárnu maticu A, je možné použiť (Caspary, 1988) pseudoinverziu N^+ matice

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{A} \quad (12)$$

a hľadané parametre určiť podľa

$$\hat{\Theta} = \begin{bmatrix} d\hat{\mathbf{H}}_{(o)} \\ \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix} = \mathbf{N}^+ \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{H}}^{-1} d\Delta\mathbf{H}, \quad (13)$$

pričom sa pre nivelačnú sieť použijú všetky jej body ako dátumové, tvoriace vnútorný dátum $\{H^o\}$ pri spoločnom spracovaní oboch epoch a definujúce fiktívny referenčný výškový systém.

Vyrovnané výšky nivelačných bodov teda majú v epoche t_o hodnoty

$$\hat{H}_{i(o)} = H^o + d\hat{H}_{i(o)}, \quad (14)$$

ročné rýchlosti výškového pohybu týchto bodov (určené z časového obdobia $\Delta t = t_k - t_o$) hodnoty \hat{w}_i ²⁾ a vyrovnané výšky v epoche t_k hodnoty

$$\hat{H}_{i(k)} = \hat{H}_{i(o)} + \delta\hat{H}_{i(ok)} = \hat{H}_{i(o)} + \hat{w}_i(t_k - t_o). \quad (15)$$

Stochastické vlastnosti vyrovnaných veličín $\hat{H}_{i(o)}$, \hat{w}_i charakterizuje príslušná kovariančná matica so štruktúrou

$$\Sigma_{\hat{\Theta}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{H}(o)} & \Sigma_{\hat{H}(o)\hat{w}} \\ \Sigma_{\hat{w}\hat{H}(o)} & \Sigma_{\hat{w}} \end{bmatrix} = \mathbf{s}_o^2 \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\hat{H}(o)} & \mathbf{Q}_{\hat{H}(o)\hat{w}} \\ \mathbf{Q}_{\hat{w}\hat{H}(o)} & \mathbf{Q}_{\hat{w}} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Kovariančná matica funkčne odvodených vyrovnaných výšok v epoche t_k podľa (15) bude

$$\Sigma_{\hat{H}(k)} = \mathbf{s}_o^2 \mathbf{Q}_{\hat{H}(k)} = \mathbf{s}_o^2 (\mathbf{Q}_{\hat{H}(o)} + \Delta t^2 \mathbf{Q}_{\hat{w}}), \quad (17)$$

$$\text{kde } \mathbf{s}_o^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{H}(ok)}^{-1} \mathbf{v}}{f}, \quad f = 2n - 2u + d, \quad (18)$$

je aposteriorný variančný faktor (jednotková variancia) .

²⁾ Ak sa za obdobie $\Delta t_{(ok)}$ (násobok roka) prejaví na bode B_i vertikálny posun $\delta H_{i(ok)}$ (mm), hodnota $w_i = \delta H_{i(ok)} / \Delta t_{(ok)}$ (mm.rok⁻¹) bude predstavovať ročnú rýchlosť vertikálneho pohybu.

Vyrovnané hodnoty výškových zmien $\delta\hat{H}_{i(ok)}$ na nivelačných bodoch za časové obdobie t_k-t_0 na základe (7) budú

$$\delta\hat{H}_{i(ok)} = \hat{H}_{i(k)} - \hat{H}_{i(o)} = \hat{w}_i(t_k - t_0), \quad (19)$$

pričom ich stochastické vlastnosti popisuje príslušná kofaktorová (prípadne kovariančná) matica, ktorá sa určí použitím pravidiel o prenášaní kofaktorov a variancií pre výraz

$$\delta\hat{H}_{(ok)} = B \hat{H} ; B = [-I \ I], \hat{H} = [\hat{H}_{(o)} \ \hat{H}_{(k)}]^T. \quad (20)$$

Pre túto maticu dostávame

$$Q_{\delta\hat{H}} = Q_{\hat{H}(o)} + Q_{\hat{H}(k)}, \quad (21a)$$

ktorá po zohľadnení (17) bude mať tvar

$$Q_{\delta\hat{H}} = 2Q_{\hat{H}(o)} + \Delta t^2 Q_{\hat{w}}. \quad (21b)$$

Testovanie výškových zmien

Významnosť hodnôt $\delta\hat{H}_{(ok)}$ zo stochastického hľadiska je možné posúdiť testovaním nulovej hypotézy $H_0: E(\delta\hat{H}_{(ok)})=0$, t.j. východiskového predpokladu, že zistené výškové rozdiely $\delta\hat{H}_{(ok)}$ nepredstavujú signifikantné hodnoty, teda nie je možné ich považovať na hladine významnosti α za prejav výškových zmien nivelačných bodov, resp. územia za príslušné obdobie $\Delta t_{(ok)}$. Pre testovanie v celom rozsahu nivelačnej siete, t.j. pre tzv. globálny test sa použije testovacia štatistika

$$T = \frac{R}{s_o^2 h} = \frac{\delta\hat{H}_{(ok)}^T Q_{\delta\hat{H}(ok)}^+ \delta\hat{H}_{(ok)}}{s_o^2 h} \rightarrow F_{h,f,\lambda_R}, \quad (22)$$

ktorá má Fisherovo - Snedecorovo rozdelenie pravdepodobnosti so stupňami voľnosti $h=2u-d=rk(Q_{\delta\hat{H}(ok)}^+)$, $f=2n-(2u-d)$ a parametrom necentrality λ_R . Ak pre hodnotu testovacej štatistiky v porovnaní s kritickou hodnotou $F_{h,f,\alpha}$ F-rozdelenia vyplýva

$$T \leq F_{h,f,\alpha},$$

platnosť nulovej hypotézy sa pripúšťa, v prípade

$$T > F_{h,f,\alpha}$$

sa H_0 zamietá a na lokalizáciu signifikantných hodnôt $\delta\hat{H}_{i(ok)}$ z vektora $\delta\hat{H}_{(ok)}$ sa použije niektorá zo známych identifikačných procedúr (dekompozícia matice R implicitne formulovanou H_0 v riešení modelu, sukcesívna dekompozícia R , Choleského dekompozícia R a pod. (Caspary, 1988; Niemeier, 1980)).

Ďalšie charakteristiky výškového pohybu terénu

Zo získaných hodnôt $\delta\hat{H}_{i(ok)}$, \hat{w}_i na nivelačných bodoch B_i v časovom období $\Delta t_{k0} = t_k - t_0$ sa spravidla odvodzujú aj ďalšie charakteristiky výškových zmien predmetného územia, najmä vodorovné gradienty výškového pohybu bodov a krivosti (maximálna alebo stredná) v bodoch topografickej plochy, vzniknutej k epoche t_k (Heligrová et al., 1985; Hetényi, 1980; Niemeier, 1980; Thurm, 1974, 1978). Tieto charakteristiky výškových zmien terénu sú často potrebné na komplexnejší popis výškových zmien, lebo ukazovatele $\delta\hat{H}_{i(ok)}$, \hat{w}_i sú síce pre skúmaný jav primárne, ale majú

obmedzenú vypovedaciu hodnotu (napr. $\delta\hat{H}_{i(ok)}$ sa vzťahuje len na časové obdobie medzi epochami) a neobsahujú informácie o vplyve výškových pohybov na zmeny topografickej plochy.

Vodorovný gradient zvislého pohybu bodu B_i na zemskom povrchu sa definuje podľa

$$|\text{grad } \delta\hat{H}_i| = \sqrt{\delta\hat{H}_{xi}^2 + \delta\hat{H}_{yi}^2}, \quad (23)$$

ktorého komponenty

$$\delta\hat{H}_{xi} = \frac{\partial\delta\hat{H}_i}{\partial x}, \quad \delta\hat{H}_{yi} = \frac{\partial\delta\hat{H}_i}{\partial y} \quad (24)$$

sú vodorovné gradienty výškového zmeny $\delta\hat{H}_i$ v smere súradnicových osí a ktorého orientácia je daná smerníkom

$$\phi_{|\text{grad } \delta\hat{H}_i|} = \text{arctg}\left(\frac{\delta\hat{H}_{yi}}{\delta\hat{H}_{xi}}\right), \quad (25)$$

pričom pre získanie hodnôt gradientu (24) je potrebné vhodné vyjadrenie výškových zmien $\delta\hat{H} = f(x, y)$ ako funkcií miesta. Hodnota $|\text{grad } \delta\hat{H}_i|$ udáva veľkosť a $\phi_{|\text{grad } \delta\hat{H}_i|}$ smer sklonu malej (elementárnej) plochy (zo vzniknutej, "deformovanej" topografickej plochy územia) okolo bodu B_i . Ak sa $|\text{grad } \delta\hat{H}_i|$ vyjadří v zmysle $|\text{grad } \delta\hat{H}_i| \cdot \text{rad}^\circ$ (kde $\text{rad}^\circ = 57.296^\circ$), bude sklon vyjadrený v uhlovej miere. Vzťahy (23), (25) v podstate charakterizujú spády plošných elementov topografickej plochy v bodoch B_i a teda gradientové charakteristiky sú charakteristikami tejto plochy, odvodené z jej výškových zmien. Je potom zrejmé, že vyššie hodnoty (23) sa budú akumulovať v elevačných a depresných oblastiach medzi inflexnými priestormi terénu. Hodnoty (24) obsahujú tiež určité informácie o vodorovných deformáciách topografickej plochy v daných bodoch (Hetényi, 1980; Thurm, 1978). a o ich smeroch.

Ďalšími užitočnými charakteristikami výškového pohybu terénu sú ukazovatele krivosti topografickej plochy v určitom bode B_i , ktoré charakterizujú veľkosť inflexie (ohybu) elementárnej časti tejto plochy v okolí bodu B_i . Tieto ukazovatele sa dajú odvodiť z primárnych charakteristík výškových zmien topografickej plochy. Z rôznych možných ukazovateľov krivosti plochy sa najčastejšie používa stredná krivosť alebo maximálna krivosť (veľkosť aj smer).

Na ododenie týchto ukazovateľov sa používajú druhé derivácie funkcie $\delta\hat{H} = f(x, y)$

$$\delta\hat{H}_{xxi} = \frac{\partial^2\delta\hat{H}_i}{\partial x^2}, \quad \delta\hat{H}_{yyi} = \frac{\partial^2\delta\hat{H}_i}{\partial y^2}, \quad \delta\hat{H}_{xyi} = \frac{\partial^2\delta\hat{H}_i}{\partial x^2\partial y^2}, \quad (26)$$

pomocou ktorých sa určujú hlavné (normálové) polomery krivosti plochy R_{\max} , R_{\min} , teda maximálna a minimálna krivosť (hlavné krivosti) v bode B_i

$$K_{exi} = \frac{1}{R_i} = 0.5(\delta\hat{H}_{xxi} + \delta\hat{H}_{yyi}) \pm \sqrt{0.25(\delta\hat{H}_{xxi} - \delta\hat{H}_{yyi})^2 - (\delta\hat{H}_{xxi} \cdot \delta\hat{H}_{yyi} - \delta\hat{H}_{xyi})^2} \quad (27)$$

a smer dotýčnice hlavného rezu s maximálnou krivosťou

$$\phi_{\max i} \text{arctg}\left(\frac{\delta\hat{H}_{xyi}}{(\delta\hat{H}_{xxi} - \delta\hat{H}_{yyi})}\right) \quad (28)$$

alebo stredná hodnota krivosti topografickej plochy v bode B_i

$$K_{cei} = \frac{1}{2}(\delta\hat{H}_{xxi} + \delta\hat{H}_{yyi}). \quad (29)$$

Ak bude v bode B_i hodnota $K_i > 0$, príslušná elementárna plocha je konkávna, v prípade $K_i < 0$ je plocha konvexná. Hodnoty K_i spolu s ϕ_i sú teda charakteristikami veľkosti a hlavných smerov

deformácie topografickej plochy v okolí bodu B_i a majú veľký význam pri posudzovaní pôsobenia endogénnych síl v povrchových vrstvách, resp. v zemskej kôre. Horninové vrstvy sa z hľadiska ich vnútorného pretvorenia deformujú totiž len ohybom, keďže ich sklony alebo posuny deformačné javy nevyvolávajú.

Na určenie vodorovných gradientov a krivosti vzniklej deformovanej topografickej plochy v jednotlivých epochách (okrem východiskovej), sú potrebné prvé a druhé derivácie použitej funkcie $\delta\hat{H} = f(x, y)$. Hodnoty derivácií sa určujú numericky alebo programovým výpočtom podľa vzťahov (24), (26) pre jednotlivé body územia, ak aproximujúca funkcia je definovaná (koeficienty sú známe), alebo vhodnými graficko-numerickými interpolačnými procedúrami, ak je zvolená len symbolická forma funkcie $\delta\hat{H} = f(x, y)$. Napr. pre funkciu typu (30), za predpokladu, že ročné výškové zmeny dosiahnu len niekoľko málo cm, Thurm (1978) vypracoval jednoduchý interpolačný postup, pomocou ktorého z interpolovaných hodnôt $\delta\hat{H}$ (mm) $\equiv \hat{W}$ (mm/rok) v izočiarovej (izobarovej) mape ročných rýchlostí zvislého pohybu, je možné jednoduchým spôsobom určiť hodnoty veličín (24), (26).

Plošný popis výškových zmien územia

Pre zvýšenie množstva informácií o výškovom správaní sa územia je možné aj potrebné vyšetriť, okrem bodov nivelačnej siete, charakteristiky $\delta\hat{H}_{(ok)}$, \hat{W} , $|\text{grad } \delta\hat{H}|$, K aj v ďalších bodoch B_j vhodne definovanej rastrovej siete, ktorá sa volí s určitou hustotou bodov a určitým spôsobom ich rozmiestnenia v danom území (spravidla štvorcová sieť). Aby sa mohli uvedené charakteristiky aj pre tieto body určiť, je potrebné tiež zvoliť vhodný 3D polynóm 2. alebo 3. stupňa, aproximujúci vzniknutú topografickú plochu daného územia v epoche t_k , napr. (Málzer, 1979; Peltzer, 1981).

$$\delta\hat{H}_j \equiv f(x_j, y_j) = a_1 + a_2x_j + a_3y_j + a_4x_j^2 + a_5y_j^2 + a_6x_jy_j, \quad (30)$$

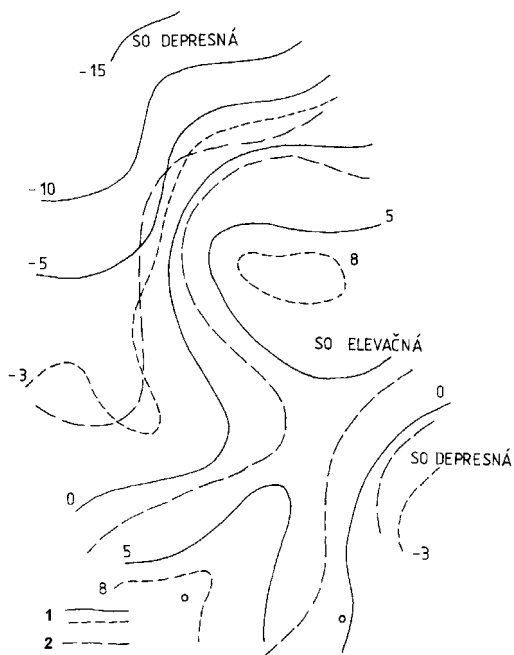
ktorého koeficienty sa určujú z hodnôt $\delta\hat{H}_{i(ok)}$, resp. z $\delta\hat{H}_i$ na bodoch nivelačnej siete. Je však možné použiť aj iné aproximačné algoritmy, ako napr. multikvadratické funkcie, kolokačné postupy a iné (Hardy, 1971, 1972; Hein et al., 1979 a,b; Heligová et al., 1985).

Charakteristiky $\delta\hat{H}$ a \hat{W} , získané zo spracovania nivelačnej siete, z ich určenia na bodoch dostatočne hustej rastrovej siete a z nich odvodené ďalšie charakteristiky ($|\text{grad } \delta\hat{H}|$, K), charakterizujú výškový pohyb a zmeny topografickej plochy predmetného územia už dostatočne vyčerpávajúcim spôsobom. Preto je vhodné tieto ukazovatele pre príslušné územie aj plošne vizualizovať aspoň najčastejšími formami, a to izočiarovými a vektorovými mapami, v ktorých sú zachované, aspoň približne, kvantitatívne informácie o výškovom správaní sa územia.

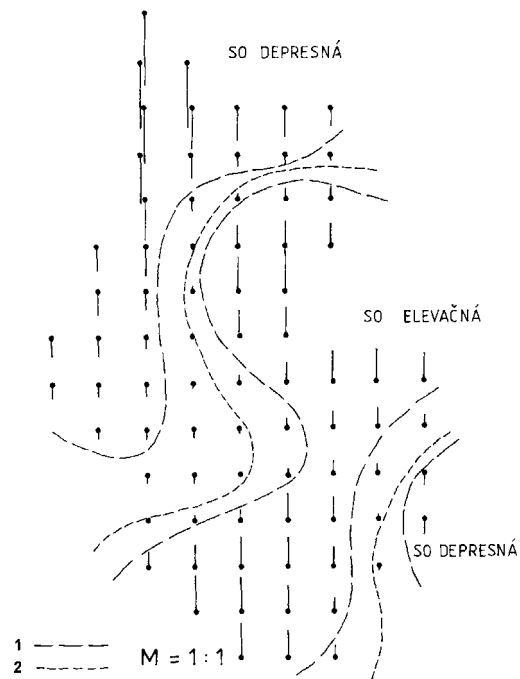
Tak napr. zistené, reálne dosiahnuté výškové posuny $\delta\hat{H}_{(ok)}$ na bodoch územia medzi epochami t_0 a t_k sa najčastejšie graficky zobrazujú izočiarovými mapami (obr.1)³, v ktorých je vhodné vyznačiť na základe výsledkov testovania $\delta\hat{H}_{i(ok)}$ aj oblasti signifikantných, resp. nesignifikantných výškových zmien prípadne aj pre rôzne hladiny významnosti. Hranice týchto oblastí sú vymedzené bodmi s takými hodnotami δH_i , ktoré sa pri testovaní na určitej hladine významnosti α ukázali ako signifikantné. Tieto mapy dávajú reálny obraz o výškovom pohybe terénu za obdobie $\Delta t_{ko} = t_k - t_0$. Inou formou vizualizácie výškových zmien medzi epochami t_0 a t_k môže byť mapa vektorov výškových posunov vo všetkých bodoch územia (obr.2), v ktorej je vhodné vyznačiť aj inflexné čiary výškových zmien, t.j. depresné a elevačné oblasti územia a tiež príslušné zóny signifikantných výškových zmien.

Dôležitým grafickým zobrazením výškových zmien územia sú mapy ročných rýchlostí jeho vertikálneho pohybu, t.j. mapy izočiar ročných rýchlostí (tiež mapy tzv. izobáz), v ktorých sa rýchlosti w dosahované na danom území za jeden rok (obr.3) zobrazujú čiarami spájajúcimi miesta rovnakých hodnôt. Tieto izočiarové mapy zobrazujú vlastne ročné výškové zmeny terénu, t.j. δH (mm) za obdobie jedného roka. Na základe údajov z takejto mapy je možné odvodiť ostatné charakteristiky výškového pohybu vzniknutej topografickej plochy, ako aj získať rôzne iné informácie o geometrickom

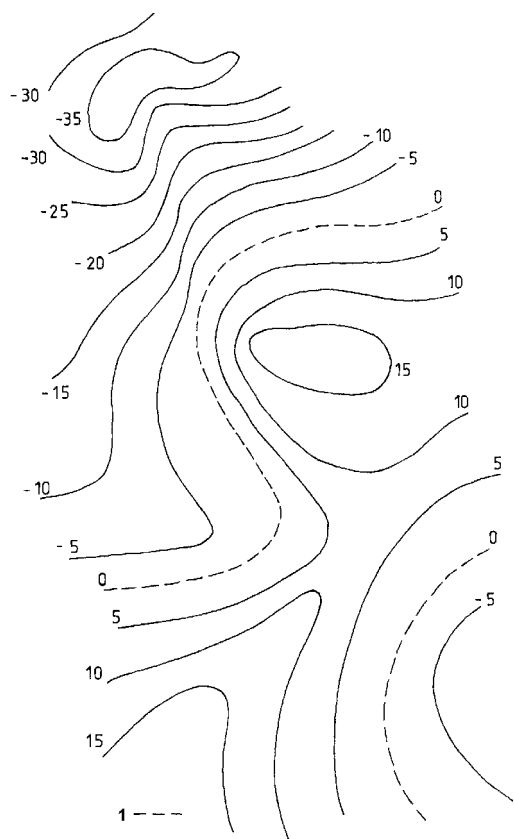
³ Obr.1 až obr.5 s plošnými vizualizáciami charakteristík výškových zmien územia sú ilustračné.



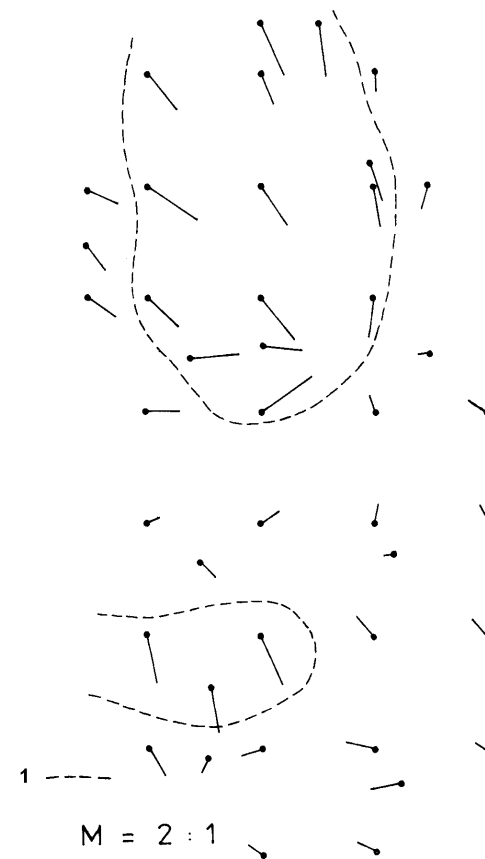
Obr.1. Zobrazenie výškových zmien δH , [mm] pomocou izočiar na území zameranom niveláciami v dvoch epochách. 1-izočiar výškových zmien. 2-hranice významných oblastí (SO).



Obr.2. Zobrazenie výškových zmien pomocou vektorov na území zameranom niveláciami v dvoch epochách. 1-hranice významných oblastí (SO), 2-inflexné čiary ($\delta=0$).



Obr.3. Zobrazenie ročných rýchlostí $[\text{mm. rok}^{-1}]$ výškových zmien terénu pomocou izočiar. 1-inflexné čiary ($\delta H=0$).

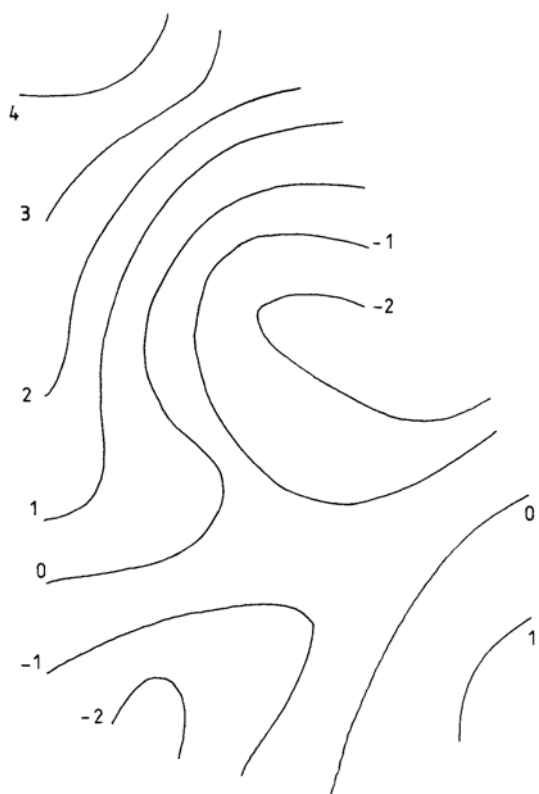


Obr.4. Zobrazenie horizontálnych gradientov výškových posunov terénu. 1-oblasť vyššej pohybovej aktivity.

prejave zmien územných celkov, horninových masívov, geologických blokov, napr. určovať pre tieto bloky roviny ich sklonov za obdobie $\Delta t_{(ok)}$ (Thurm, 1973, 1974) a iné potrebné informácie.

Plošné rozloženie vodorovných gradientov výškového pohybu na určitom území sa najvhodnejšie zobrazí vektorovou formou (obr.4). Takáto vizualizácia dáva dobrý prehľadný obraz o stave sklonov plošných elementov v okolí skúmaných bodov, a tým aj topografickej plochy územia. Oblasti zvýšených hodnôt gradientov je vhodné v mapách zvlášť vyznačiť ako územné celky s vyššou dynamickou aktivitou. Gradientové mapy poskytujú informácie aj o lokálnych, izolovaných výškových pohyboch na topografickej ploche, ktorými je celková, trendová zmena plochy (zobrazená mapou izolínií rovnakých ročných rýchlostí) superponovaná.

Krivosti topografickej plochy územia, vyšetrené v príslušných bodoch, je vhodné plošne vizualizovať tiež izočiarami (obr.5), t.j. čiarami spájajúcimi miesta s rovnakými hodnotami určovanej krivosti. Takéto mapy prehľadne informujú o rozložení deformačných zakrivení (ohybov) terénnej plochy územia za obdobie, ktoré sa vzťahuje tiež k ročným rýchlostiam zvislých pohybov. Z hľadiska deformácií terénnej plochy, budú nás v mapách krivosti opäť zaujímať oblasti s najvyššími hodnotami K_i , t.j. oblasti kde došlo k najväčším zberteniam, deformáciám topografickej plochy, ktoré je vhodné aj zreteľne zvýrazniť.



←

Obr.5. Zobrazenie stredných krivosti K_{CE} topografickej plochy, vzniknutej v dôsledku výškových pohybov terénu.

Záver

Výškové sledovanie území, na ktorých neuvažujeme s pevnými výškovými bodmi, je možné exaktne a komplexne realizovať v nivelačných štruktúrach s opakovanými meraniami. Nato je potrebná vhodná nivelačná sieť, kvalitné epochové merania, vhodný model spracovania nameraných údajov a potrebné nástroje na rozšírenie a doplnenie získaných primárnych informácií. Mapa izočiar výškového pohybu medzi dvomi epochami a mapa ročných rýchlostí zvislého pohybu, ako štandardné formy popisu terénnych výškových prejavov, neposkytujú všetky potrebné informácie o vlastnostiach zmenenej ("deformovanej") topografickej plochy, najmä o sklonoch jej plošných častí v okolí bodov a o ich zakriveniach, ktoré je treba odvodiť z primárnych charakteristík. Tieto komplexné ukazovatele sú potrebné pre všeobecnejšie posúdenie a interpretáciu výškového správania sa terénu. Úplný popis výškového pohybu a v dôsledku

toho vznikajúcej deformácie topografickej plochy pomocou všetkých charakteristík vyžaduje však veľké množstvo spoľahlivých údajov na konštrukciu príslušných máp, t.j. husté, kvalitné nivelačné siete s presnými opakovanými meraniami a tiež "jemné" aproximačné algoritmy na získanie hodnoverných údajov z rastrových sietí. Na druhej strane, takto získané údaje z výškového geodetického merania, tiež údaje z polohového merania a analýzy deformácií (strain) spolu s geofyzikálnymi, geologickými a geomorfologickými informáciami sú najdôveryhodnejším východiskom pre spoľahlivé interpretácie pohybových trendov v zemskej kôre s ich prejavom na topografickom povrchu.

Literatúra

- Caspary, W.: Concepts of networks and deformation analysis. *School of Surv., UNSW Kensington, Monograph No. 11, 1988.*
 Hardy, R.L.: Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. *Journal Geophys. Research* 76, 1971, 1905-1915.

- Hardy, R.L.: Geodetic applications of multiquadric analysis. *Allgem.Verm. Nachrichten*, 79, 1972, 12, 398-406.
- Hein, G.W. & Kistermann, R.: On the problem on deriving recent crustal move-ments from geodetic levelling data. *Allgem.Verm. Nachrichten*, 86, 1979a, 10, 392-398.
- Hein, G. et al.: Zur Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit verschiedener Interpolations- und Prädiktionsmethoden. *Zeitsch. f. Verm.Wesen*, 194, 1979b, 11, 492-505.
- Heligrová, M. & Vyskočil, P.: Vodorovné gradienty a křivost deformované plochy při interpretaci recentních pohybů zemské kůry. *Geodet. a kartograf. obzor*, 31/73, 1985, 2, 31-35.
- Hetényi, V. M.: An experiment to detect local movements of the Earth's surface by adjustment as free leveling network. *Acta Geod.Geoph. et Mont. ASH t.15(2-4)*, 197-206, 1980.
- Illner, I.: Datumsfestlegung in freien Netzen. *DGK R.C, H.309, München 1985*.
- Marčák, P.: O probléme referenčnej výškovej sústavy pre opakované nivelácie na geodynamických polygónoch. *Geodet. a kartograf. obzor*, 20/62, 1974, 3, 63-68.
- Mälzer, H.: Recent vertical movements and their determination in the Rheinisch Massif. *Tectonophysics*, 52, 1979, 167-176.
- Niemeier, W.: Hypothesentests in geodätischen Netzen. In: *Pelzer,H.(Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung I.*, 305-325. *Wittwer, Stuttgart 1980*.
- Niemeyer, W.: Statistical tests for detecting movements in repeatedly measured geodetic networks. *Tectonophysics*, 71, 1981, 335-351.
- Pelzer, H.: Deformationsuntersuchungen auf der Basis kinematischer Bewegungsmodelle. *Allgem.Verm.Nachrichten* 94, 1987, 2, 49-62.
- Pelzer, H.: Zur Bestimmung von rezenten Höhenänderungen im Bereich der Deutschen Nordseeküste. *Zeitsch. f. Verm.Wesen*, 106, 1981, 3, 111-122.
- Pelzer, H.: Grossräumige Nivellementsnetze insbesondere im Hinblick auf die Erfassung von Krustenbewegungen. In: *Pelzer, H. (Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung I.*, 351-370. *Wittwer, Stuttgart, 1980*.
- Reissmann,G.: Zur Ausgleichung freier Höhennetze. *Vermessungstechnik* 24, 1976, 8, 306-309.
- Sütti, J. & Weiss, G.: Trigonometrické určovanie výškových posunov. *Zborník vedeckých prác VŠT Košice*, 1990, 267-279.
- Sütti, J. & Weiss, G.: Trojrozmerné geodetické sledovanie svahových deformácií. *Acta Montanistica Slovaca*, 1, 1996, , 109-116.
- Thurm, H.: Ableitung von Gradienten und Biegungsdeformationen der rezenten vertikalen Erdkrustenbewegungen. *Vermessungstechnik*, 26, 1978, 6, 208-209.
- Thurm, H.: Untersuchung des vertikalen und horizontalen Bewegungsverhaltens der Erdkruste im Testgebiet Elbtalzone. *Vermessungstechnik* 21, 1973, 7, 267-291.
- Thurm, H.: Das rezente vertikale Bewegungsverhalten der Erdkruste in der Elbtalzone. In : *Ergebnisse der Untersuchung rezenter Erdkrustenbewegungen in DDR. Geod. geophys. Veröff., R.IV., H. 35(1974)*, 21-35. *Berlin 1974*.
- Vyskočil, P.: Využití výsledků nivelace pro sledování vertikálních pohybů zemské kůry. *Geodet. a kartograf. obzor* 14/56, 1968, 9-10, 246-250.
- Weiss, G. & Sütti, J.: Geodetické lokálne siete I. *TU, FBERG Košice,1997*.
- Welsch, W.: Kinematische Netzbetrachtung. In : *Pelzer,H.(Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II.* 751-780. *Wittwer, Suttgart 1985*.