

# Transformácie GPS meraní a posttransformačné úpravy súradníc

Juraj Hankovský<sup>1</sup>

## *Transformation of GPS measurements and post transformation arrangement of the coordinates*

*The satellite system NAVSTAR GPS gives positions in the WGS 84. This represents a geocentric equatorial system suitable for the global positioning. In such a form, it is not fitted to the geodetical positioning in national systems. The transformation of WGS 84 into the national system applied in the paper preserves its accuracy and thus also the high precision of NAVSTAR GPS positioning. In the paper applied solution of the problem and compare of post transformation methods arrangement of the coordinates.*

**Key words:** Global Positioning System, transformation from WGS 84 into Local Geodetic Datum S-JTSK, heterogeneity in the local networks, solution of the problem and compare of methods used.

## Úvod

V súčasnej dobe a vďaka svojim prednostiam, narastá využitie družicového systému NAVSTAR (NAVigation Satellite Timing And Ranging) GPS (Global Positioning System) pre určovanie polohy bodov. Prednosťami metódy určovania polohy pomocou spomínaného systému sú: možnosť nepretržite určovať polohu na ktoromkoľvek mieste na Zemi a v priestore, v ktorom je možný príjem signálov z družíc, nezávisle od poveternostných podmienok, ďalej časová efektívnosť, ale najmä vysoká presnosť určovania relatívnej polohy.

Systém NAVSTAR GPS využíva na vyjadrenie polohy kdekoľvek na Zemi a v priestore Svetový geodetický systém 1984 (World Geodetic System 1984 – WGS 84), resp. Európsky terestrický referenčný systém 1989 (European Terrestrial Reference System 1989 – ETRS 89). WGS 84 je geodetický priestorový pravouhlý rovníkový systém. Jeho prednosťou je, že určuje polohu v globálnych rozmeroch. Nevhodný v tejto podobe je však v geodézii na tie účely, kde sa úlohy riešia v pravouhlom rovinnom systéme, akým je v Slovenskej a v Českej republike súradnicový systém Jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej (S-JTSK). Prevod z WGS 84 do S-JTSK sa rieši 7 prvkovou podobnostnou transformáciou, s využitím minimálne 3 homologických (identických) bodov, čím sa však vysoká presnosť určenia relatívnej polohy bodov siete získanej pomocou NAVSTAR GPS spravidla zhorší, a to z dôvodov nedostatkov S-JTSK, čo je nežiaduce pre práce, kde sa vyžaduje vysoká presnosť určenia polohy.

Pre zachovanie vysokej relatívnej presnosti určenia polohy bodov pomocou systému NAVSTAR GPS je potrebné po transformácii zohľadniť súradnicové rozpory, ktoré vznikajú na homologických bodoch, keďže ide o transformácie dvoch nehomogénnych sietí s rôznymi dátumami. Tento problém je na území SR vysoko aktuálny. Štátnu trigonometrickú sieť (ŠTS) tvoria najmä body JTSK, ktorých súradnice sú záväzné pre používateľov. Štátna trigonometrická sieť sa vyznačuje rôznymi lokálnymi deformáciami, t.j. súradnicové rozpory sa menia podľa lokalít, a preto je potrebné zaoberať sa problémom zmenšenia príliš veľkých rozporov, t.j. problémom homogenizácie oboch bodových polí.

V tomto príspevku uvedieme niektoré možnosti posttransformačnej úpravy súradníc, určených GPS technológiou a ich transformácie do S-JTSK.

## Transformácia súradníc WGS 84 do S-JTSK

Z GPS meraní dostávame 3D karteziánske súradnice  $C^W = [X, Y, Z]^W$  v systéme WGS 84, resp. ETRS 89 pre každý bod. Na určenie transformačných parametrov (TP) sú potrebné karteziánske súradnice  $C^R = [X, Y, Z]^R$  v referenčnom elipsoidocentrickom systéme s využitím Besselovho elipsoidu (RES-B), najmenej troch homologických bodov  $H_i$ , aby vznikol preurčený systém transformačných rovníc, z ktorého TP určíme vhodným odhadovacím modelom.

Súradnice  $C^R$  homologických bodov sa určia transformáciou ich súradníc v systéme S-JTSK  $[X, Y]^J$  a normálnych výšok  $H^N$ . Transformácia sa vykoná podľa schémy

$$\left\{ \begin{array}{l} [X, Y]^S \Rightarrow [\varphi, \lambda] \\ H^N \Rightarrow h \end{array} \right\} \Rightarrow [X, Y, Z]^{\text{RES-B}},$$

<sup>1</sup> Ing. Juraj Hankovský, Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity, Park Komenského 19, 043 084 Košice (Recenzovali: Prof. Ing. Juraj Sütti, DrSc. a Doc. Ing. Alojz Kopáček, CSc.)

pričom transformačný postup sa delí na dve časti:

1. z transformácie  $[X, Y]^{S-JTSK} \Rightarrow [\varphi, \lambda]$  je dobre známa a popísaná viacerými autormi (Daniš 1966, Sütti et al. 1997).
2. z transformácie  $h \Rightarrow H^N$  sa môže zanedbať, t.j. použiť k hodnotám  $\varphi, \lambda$  hodnoty  $H^N$ , keďže prevýšenie kvázigeoidu nad Besselovým elipsoidom na území SR je malé.

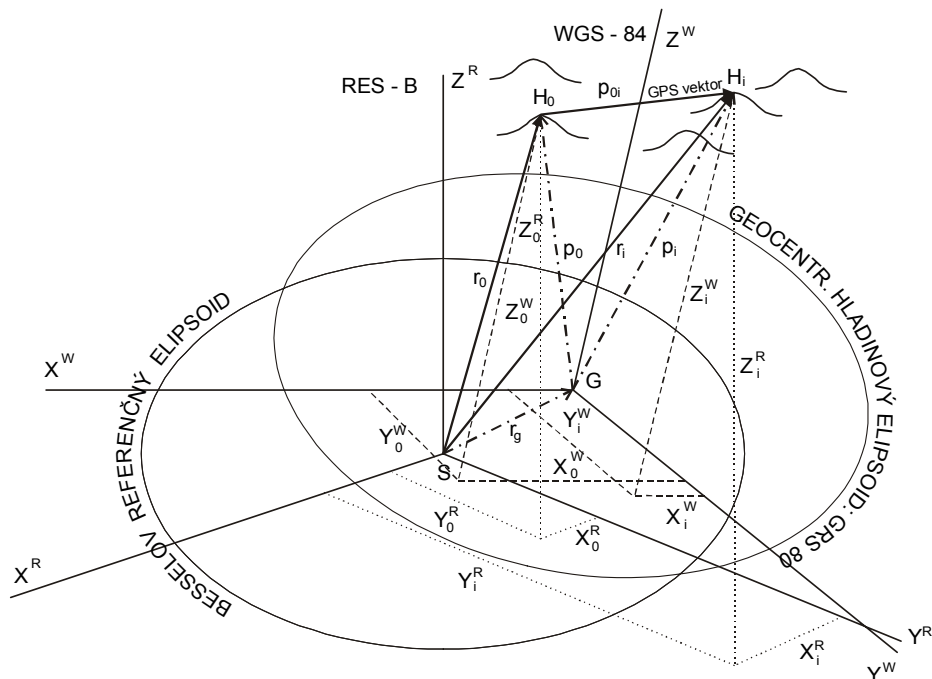
Transformácie geodetických súradníc  $\varphi, \lambda, h$  na pravouhlé súradnice  $[X, Y, Z]^R$  v systéme RES sa vykonajú podľa (Vykuřil, 1982; Sütti 1997)

$$\begin{aligned} X &= (N + h) \cos \varphi \cdot \cos \lambda, \\ Y &= (N + h) \cos \varphi \cdot \sin \lambda, \\ Z &= \left( \frac{b^2 \cdot N}{a^2} + h \right) \cdot \sin \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

kde  $N$  je priečny polomer krivosti

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2 \varphi + b^2 \cdot \sin^2 \lambda}}. \quad (2)$$

Pre vzájomnú transformáciu súradníc 3D bodového poľa, ktoré je dané v dvoch karteziánskych súradnicových systémoch WGS 84 a RES-B (obr. 1), sa využije Molodenského-Badekasov transformačný model (MBM).



Obr.1. Vzájomná poloha karteziánskych súradnicových systémoch WGS 84 a RES-B.

MBM sa využíva pre bodové polia lokálneho, resp. regionálneho rozsahu, v ktorom sa zvolí jeden bod v strede priestoru, napr.  $H_0$  ako za tzv. referenčný bod. Tento bod môže byť fiktívnym (nestabilizovaným) bodom siete, definovaným len svojimi súradnicami  $[X, Y, Z]_0^W$ , ktoré sa najčastejšie volia ako jednoduché priemery príslušných súradníc  $C^W$  všetkých, pre transformáciu použitých homologických bodov poľa (bod  $H_0$  bude predstavovať "ťažisko" bodov  $H_i$ ). Do tohto bodu  $H_0$  sa fiktívne (pre účely transformácie) rovnobežne s osami  $(X^W)$ ,  $(Y^W)$ ,  $(Z^W)$ , posunie začiatok  $G$  systému WGS (obr. 1) a potom sa poloha  $H_i$  môže vyjadriť pomocou vektorovej rovnice

$$\vec{r}_i = \vec{r}_0 + m \cdot R \cdot \vec{p}_{0i}, \quad (3)$$

takže polohový vektor  $r_i$  v RES-B bude teraz

$$\begin{aligned}\bar{r}_i &= \bar{r}_g + \bar{p}_0 + m.R.\bar{p}_{0i}, \\ C_i^R &= C_G^R + C_0^W + m.R.(C_i^W - C_0^W), \\ \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^R &= \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G^R + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_0^W + m.R. \left( \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^W - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_0^R \right).\end{aligned}\quad (4)$$

Po známej linearizácii (Hefty, 1994; Sütti, et al., 1997) sa dá transformačný model upraviť na tvar (pre bod  $H_i$ )

$$C_i^R = A_i TP + C_i^W, \quad (5)$$

kde sú:

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta X_{i0}^W & 0 & -\Delta Z_{i0}^W & \Delta Y_{i0}^W \\ 0 & 1 & 0 & \Delta Y_{i0}^W & \Delta Z_{i0}^W & 0 & -\Delta X_{i0}^W \\ 0 & 0 & 1 & \Delta Z_{i0}^W & -\Delta Y_{i0}^W & \Delta X_{i0}^W & 0 \end{bmatrix}, \quad TP = \begin{bmatrix} X_G^R \\ Y_G^R \\ Z_G^R \\ dm \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{bmatrix}.$$

Rovnica (5) predstavuje pre riešenie TP deterministický model (modelové rovnice), z ktorého sa známym postupom dospieva ku Gaussovmu - Markovovmu odhadovaciemu modelu

$$\begin{aligned}v_{C^R} &= A \hat{TP} - (C^R - C^W) = A \hat{TP} - L, \\ \Sigma_L &= \sigma_0^2 Q_L,\end{aligned}\quad (6)$$

kde je:

- A - matica koeficientov,
- L - rozdiely súradníc  $C^R$  a  $C^W$  použitých homologických bodov  $H_i$ ,
- $\sigma_0^2$  - apriórny variančný faktor,
- $Q_L$  - matica kofaktorov vektora L.

Kofaktorová matica sa často vyjadruje vo forme jednotkovej matice  $Q_L = I$  a tiež sa prijíma  $\sigma_0^2 = 1$ , ale je možné pre jej tvorbu využiť údaje o presnosti vykonaných GPS meraní, obsiahnutých vo výstupných zostavách.

Na základe vypočítaných transformačných parametrov  $\hat{TP}$  sú zo súradníc  $C^W$  všetkých bodov určené transformované súradnice  $C^{Rt}$  na základe vzťahu

$$C^{Rt} = A TP + C^W. \quad (7)$$

Tieto súradnice sa potom podľa známych vzťahov (Daniš, 1966; Vykutil, 1982; Sütti 1997) transformujú na krivočiare (geodetické) súradnice  $C^{Gt} = [\varphi, \lambda, h]^{Gt}$ , z ktorých na základe ďalších známych transformácií (Daniš, 1966) s vylúčením elipsoidických výšok  $h$ , ktoré pri polohovej sieti nie sú potrebné dospievame k transformovaným súradniciam  $C^{Jt} = [X^t, Y^t]$  v dátume S-JTSK.

### Príčiny vzniku súradnicových rozporov

Uvedená transformácia predstavuje transformáciu rôznorodých (nehomogénnych) súradníc, ktoré boli určené rôznou metodikou, t.j. rozdielnymi meracími zariadeniami, technológiami na rôznej úrovni presnosti. Súradnice  $C^J$  homologických bodov dané v systéme S-JTSK po vykonaní transformácie nebudú totožné s hodnotami transformovaných súradníc  $C^{Jt}$ , čo je spôsobené kvalitatívnou rôznorodosťou oboch súradníc bodov. Rozdiely medzi nimi predstavujú tzv. súradnicové odchýlky (rozpory)  $dC$  na homologických bodoch

$$\begin{aligned}dX &= X^J - X^{Jt} \\ dY &= Y^J - Y^{Jt},\end{aligned}\quad (8)$$

ktoré poskytujú informácie o vzájomnej homogénnosti a kompatibilitate oboch systémov  $S^J$  a  $S^{Jt}$ . Netotožnosť súradníc je vyvolaná čiastočne aj nestabilitou systému WGS 84, ktorý je definovaný množinou bodov na zem-

skom povrchu a družíc na ich obežnej dráhe, ale najmä deformáciami siete S-JTSK, ktoré sa prejavujú lokálne a v rôznej miere. Tieto deformácie boli spôsobené už pri vzniku systému S-JTSK, ktorý bol definovaný na báze trigonometrickej siete I. rádu, zameraného v rokoch 1920 -1927. Vyrovnanie bolo realizované v roku 1928 Triangulačnou kanceláriou ministerstva financií pod vedením Ing. Josefa Křováka.

### Dôvody riešenia súradnicových rozporov

Pri transformácii tohoto druhu teda vždy vznikajú a signalizujú súradnicové rozpory  $dC$  na homologických bodoch  $H_i$ , nakoľko sú oba systémy  $S^J$  a  $S^{Jt}$  homogénne, kompatibilné. Je zrejmé, že z oboch druhov súradníc  $C^J$  a  $C^{Jt}$  na bodoch  $H_i$  lokálnej siete, môžu byť použité pre danú sieť v príslušnej oblasti pre všetky geodetické aktivity len súradnice  $C^J$ . Súradnice  $C^J$  sú celoštátne záväzné a nemôžu sa v lokálnych priestoroch nahradiť novými hodnotami  $C^{Jt}$ , získanými z presných GPS meraní a transformácií.

Na základe dodržania tejto axiomy, platnej pre národnú sieť, budú predmetom úpravy len súradnice  $C_U^{Jt}$  určených bodov  $U_j$ , ktoré sú výsledkom transformácie GPS meraní. Princíp zohľadnenia rozporov spočíva vo vhodnom zohľadnení rozporov  $dC$ , a tým úpravy nehomogenosti transformáciou vzniknutej siete. Zohľadnenie  $dC$  spočíva na vykonaní vhodných zmien, resp. korekcií transformovaných súradníc určených bodov  $C_U^{Jt}$  (pričom sa zohľadňujú veľkosti a ich rozloženie rozporov v sieti) na zmenené – definitívne súradnice  $C_U^{Jtk}$  podľa vzťahu

$$\begin{aligned} X_U^{Jtk} &= X_U^{Jt} + \delta X \\ Y_U^{Jtk} &= Y_U^{Jt} + \delta Y, \end{aligned} \quad (9)$$

kde  $\delta C = [\delta X, \delta Y]$  predstavujú korekcie pre súradnice  $C_U^{Jt}$  transformovaných určených bodov  $U_j$ . Súradnicami  $C_U^{Jtk}$  sa vo väčšine prípadov dosiahne lepšia, prijateľnejšia homogenita “zmiešaných sietí“, ktoré pozostávajú z bodov ŠTS (S-JTSK), t.j. z bodov  $H_i$  a z bodov určených  $U_j$ , zameraných GPS technológiami a určených transformáciou súradníc.

### Metódy riešenia súradnicových rozporov

Jednou skupinou metód riešenia súradnicových rozporov medzi transformovanými novými bodmi  $U_j$  a homologickými bodmi (ktorých súradnice aj po transformácii musia zostať pôvodné, t.j.  $C^J$ ) riešime pomocou adičných korekcií, ktoré pridávame k súradniciam  $C_U^{Jt}$  bodov  $U_j$  v zmysle

$$\delta X_{U_j} = f(dC_{H_i}, \dots), \quad \delta Y_{U_j} = g(dC_{H_i}, \dots). \quad (10)$$

Korekcie pre transformované súradnice  $C_U^{Jt}$  sa určujú na báze rôznych princípov, z ktorých najčastejšie sa používajú metódy, využívajúce vplyv vzdialeností homologických bodov a určených bodov, t.j. korelačné väzby medzi týmito bodmi. Korelačné väzby využívajú metódy vážených priemerov, ktoré sa nazývajú tiež korelačnými metódami, pri ktorých sa využívajú dĺžkové, resp. uhlové váhy. Uvedené metódy našli široké uplatnenie pre jednoduchý mechanizmus tvorby korekcií, ktorý uvádza (Sütti, 1997).

Určenie korekcií  $\delta C$  pre transformované súradnice  $C_U^{Jt}$  môžeme riešiť na základe vhodných interpolačných postupov v danom území, ktoré je ohraničené homologickými bodmi so známymi rozpormi  $dC$ . Princíp interpolačných funkcií spočíva v tom, že súradnicové rozpory  $dC$  na homologických bodoch vytvoria nepravidelnú plochu, ktorú nahradzujeme matematicky dobre definovanými elementami, pri ktorých vieme určiť polohu a výšku, v našom prípade príslušnú korekciu pre určený bod. Na určenie korekcií  $\delta C$  pomocou interpolačných funkcií je možné použiť napr. procedúry:

- lineárna interpolácia, ktorej postup je detailne rozpracovaný v (Sütti, 1997),
- multikvadrátová (multikvadratická) interpolácia, ktorej postup je uvedený v (Göpfert, 1977; Hardy, 1972), a ďalšie.

Druhou skupinou metód riešenia sú priame určenia “upravených“ definitívnych súradníc  $C^{Jtk}$  na transformačnom princípe (Sütti, 1997). Definitívne súradnice  $C^{Jtk}$  určených bodov získame priamo ako vyrovnané súradnice z vhodnej odhadovacej procedúry, pri použití transformačných rovníc podobnostnej alebo afinnej transformácie pre súradnicové rozdiely medzi bodmi homologickými a určenými. Napr. pre  $H_i$  a  $U_j$  budú mať s použitím podobnostnej transformácie príslušné transformačné rovnice tvar

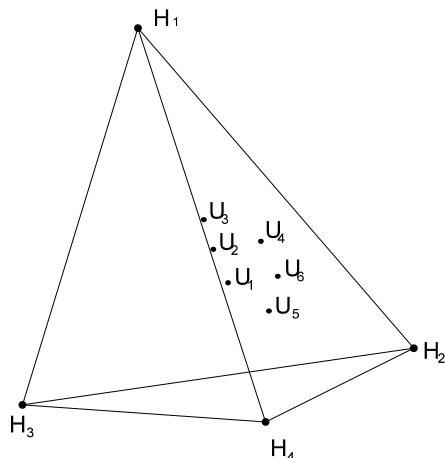
$$X_{H_i}^J - X_{U_j}^{Jt} = a(X_{H_i}^{Jt} - X_{U_j}^{Jt}) - b(Y_{H_i}^{Jt} - Y_{U_j}^{Jt}), \quad (11)$$

$$Y_{H_i}^J - Y_{U_j}^{Jt} = a(Y_{H_i}^{Jt} - Y_{U_j}^{Jt}) + b(X_{H_i}^{Jt} - X_{U_j}^{Jt})$$

a s použitím afinnej transformácie transformačné rovnice majú tvar

$$X_{H_i}^J - X_{U_j}^{Jt} = a_1(X_{H_i}^{Jt} - X_{U_j}^{Jt}) - a_2(Y_{H_i}^{Jt} - Y_{U_j}^{Jt}), \quad (12)$$

$$Y_{H_i}^J - Y_{U_j}^{Jt} = b_1(Y_{H_i}^{Jt} - Y_{U_j}^{Jt}) + b_2(X_{H_i}^{Jt} - X_{U_j}^{Jt}).$$



Na základe uvedených transformačných rovníc sa určia vyrovnané, t.j. definitívne súradnice určovaných bodov  $U_j$ :  $\hat{C}_U^J = [\hat{X}, \hat{Y}]_U^J$ , t.j.  $\hat{C}_U^J = C_U^{Jtk}$  bez formálneho vytvárania súradnicových rozporov na homologických bodoch a ich ďalšieho potrebného zohľadnenia. Pri priamych metódach určujeme aj transformačné parametre (TP) pre prípadné neskoršie, následné transformácie ďalších určovaných bodov.

Obr. 2. Schéma polohovej siete.

### Príklad

Uvedenú problematiku, t.j. transformáciu GPS meraní a následnej posttransformačnej úpravy súradníc budeme ilustrovať pre polohovú sieť znázornenú na obr. 2, v ktorej sú ako  $H_1, H_2, H_3, H_4$  značené okolité body nadradeného bodového poľa (NBP) v dátume S-JTSK, ktoré použijeme pri transformácii GPS meraní ako homologické body  $H_i$  a ako  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$  sú označené určované, nové body lokálneho bodového poľa (LBP). Z GPS merania boli určené súradnice  $C^W$  pre všetky body siete (tab.1). Polohové súradnice  $C^J$  homologických bodov v systéme S-JTSK s normálnymi výškami  $H^N$  v Bpv sú uvedené v tab. 2.

Na základe vstupných hodnôt z tab. 1 a tab. 2 vypočítame transformačné parametre (TP) podľa uvedeného transformačného postupu s využitím všetkých štyroch homologických bodov, takže počet transformačných rovníc prevyšuje nutný počet 7 rovníc. Z určených transformačných parametrov a zo súradníc  $C^W$  určíme transformáciu súradníc  $C^{Rt}$  v systéme RES-Bessel, ktoré sa ďalej transformujú pomocou známych transformačných rovníc Křovákova zobrazenia na transformované súradnice  $C_{H_i, U_j}^{Jt}$  v S-JTSK (tab. 3). Na základe porovnania súradníc  $C_H^J$  a  $C_H^{Jt}$ , získaných transformáciou, dostávame súradnicové rozpory na homologických bodoch (tab. 4). Z tejto tabuľky vyplýva, že súradnicové rozpory sa pohybujú v intervale (2,9 - 32,55) mm, na základe čoho môžeme uvedenú transformáciu posudzovať ako transformáciu heterogénnych súradníc, kde podľa výsledkov sú najväčšie rozpory na bodoch  $H_2$  a  $H_4$ , ktoré dosahujú hodnoty (12,29 - 32,55) mm. Získaním hodnôt na bodoch  $H_2$  a  $H_4$ , by v praxi nasledovalo ich vylúčenie zo spracovania, resp. ich nahradenie novými bodmi. Cieľom príspevku je riešenie krajných situácií, ktoré sa v praxi vyskytujú a ktorým sa nevyhneme.

Na zníženie heterogenity medzi homologickými bodmi  $H_i$  a určovanými bodmi  $U_j$  sa testovali metódy:

- váhového priemeru,
- interpolačné metódy:
  - ◆ lineárnej interpolácie,
  - ◆ multikvadratickej interpolácie,
- transformačné metódy:
  - ◆ podobnostnej transformácie,
  - ◆ afinnej transformácie,

ktorých výsledky sú v tab. 5a až 5f. Z porovnania výsledkov získaných overovanými metódami posttransformačnej úpravy súradníc určovaných bodov  $U_j$  môžeme konštatovať, že najväčšie korekcie sa dosahujú použitím metódy lineárnej interpolácie, ktorá využíva tvorbu trojuholníkových štruktúr z dostupných homologických bodov s dodržaním zásad pre ich tvorbu, ktoré sú podrobne uvedené v (Sütti, 1997), bolo možné vytvoriť len dve trojuholníkové štruktúry  $H_1H_2H_3$  a  $H_1H_2H_4$ . Konkrétne v trojuholníkovej štruktúre  $H_1H_2H_3$  (tab. 5b) dosiahli korekcie lineárnej interpolácie hodnôt (6,64-12,52) mm a v trojuholníkovej štruktúre  $H_1H_2H_4$  (tab. 5c) dosiahli

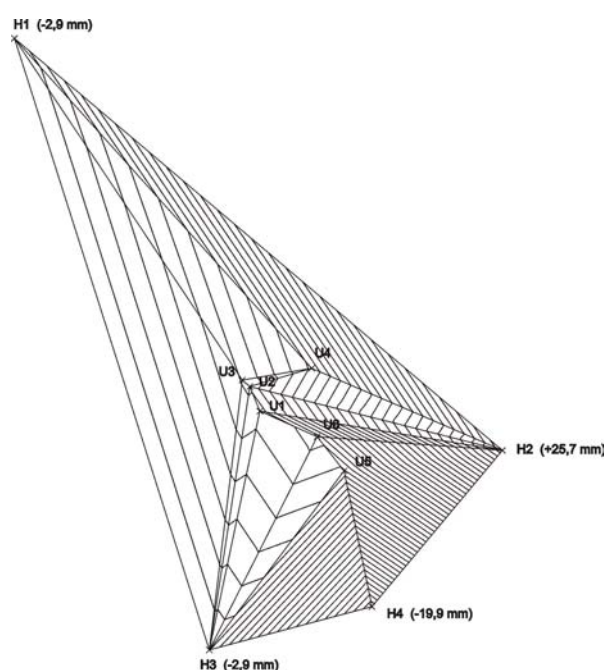
korekcie hodnôt (3,27-17,57) mm. Pri použitej metóde vážených priemerov (tab. 5a) a multikvadríkovej interpolácii (tab. 5d), ktoré riešia rozloženie rozporov v celom záujmovom území sú hodnoty korekcií zhruba rovnaké, definitívne súradnice sa líšia v intervale (2,55 - 7,89) mm. Výsledné opravy v získané podobnostnou (Helmertovou) transformáciou sú uvedené v tab. 5e a afinnou transformáciou v tab.5f.

Na obr. 3 a obr. 4 sú znázornené priebehy izočiar príslušných korekcií  $\delta X$  a  $\delta Y$  pre multikvadríkovú interpoláciu, ktoré boli vyhotovené pomocou programu MicroStation s aplikáciou TerraModeler .

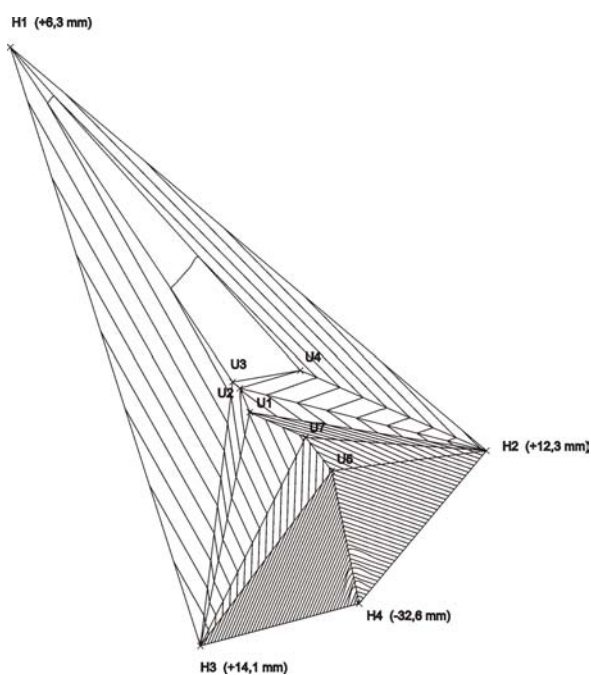
Z uvedených výsledkov metód posttransformačných úprav súradníc určovaných bodov  $U_j$  môžeme prijať tieto závery:

- metóda lineárnej interpolácie rieši rozloženie súradnicových rozporov len na ploche určitej trojuholníkovej štruktúre, pri ktorej treba dodržiavať zásady na ich tvorbu, pričom nerieši problém komplexne pre celé územie polohovej siete,
- metóda vážených priemerov, multikvadríkovej interpolácie a metódy podobnostnej a afinnej transformácie riešia problém rozloženia súradnicových rozporov homologických bodov komplexne pre celé územie polohovej siete.

Na záver je možné konštatovať, že čím menší počet homologických bodov sa použije na pripojenie, tým je lepšia presnosť určovaných bodov, ale tento trend medzi počtom homologických bodov a veľkosťou rozporov dC neplatí.



Obr.3. Schéma priebehu izočiar korekcií  $\delta X$  určených multikvadríkovou interpoláciou.



Obr.4. Schéma priebehu izočiar korekcií  $\delta Y$  určených multikvadríkovou interpoláciou.

Tab.1. Súradnice  $C^W$  v systéme WGS 84.

$C^W$	$X [m]$	$Y [m]$	$Z [m]$
$H_1$	3 925 572,514	1 523 867,307	4 774 932,710
$H_2$	3 926 766,179	1 532 174,402	4 771 099,566
$H_3$	3 930 362,297	1 529 186,295	4 769 011,996
$H_4$	3 929 067,262	1 531 165,720	4 769 569,337
$U_1$	3 927 701,482	1 528 759,568	4 771 295,968
$U_2$	3 927 514,985	1 528 514,240	4 771 524,143
$U_3$	3 927 494,130	1 528 384,912	4 771 582,401
$U_4$	3 927 009,722	1 529 261,174	4 771 758,987
$U_5$	3 927 854,323	1 530 164,950	4 770 815,059
$U_6$	3 927 648,232	1 529 643,444	4 771 100,551

Tab.2. Súradnice  $C^J$  v S-JTSK a normálne výšky  $H^N$  v Bpv bodov H.

$C^J$	$X [m]$	$Y [m]$	$H^N [m]$	$h [m]$
$H_1$	1 232 604,32	265 605,61	469,92	508,92
$H_2$	1 238 566,33	258 568,01	307,98	346,98
$H_3$	1 241 453,55	262 795,28	233,95	272,95
$H_4$	1 240 826,96	260 449,54	330,37	369,37

**Tab.3.** Transformované súradnice  $C^H$  bodov.

$C^H$	$X [m]$	$Y [m]$
$H_1$	1 232 604,323	265 605,604
$H_2$	1 238 566,304	258 567,998
$H_3$	1 241 453,553	262 795,266
$H_4$	1 240 826,980	260 449,573
$U_1$	1 237 997,620	262 066,350
$U_2$	1 237 642,539	262 210,946
$U_3$	1 237 549,101	262 319,658
$U_4$	1 237 378,639	261 318,491
$U_5$	1 238 862,371	260 851,202
$U_6$	1 238 368,988	261 239,846

**Tab.4.** Súradnicové rozpory na homologických bodoch  $H$ .

	$dX [mm]$	$dY [mm]$
$H_1$	-2,9	6,3
$H_2$	25,7	12,3
$H_3$	-2,9	14,1
$H_4$	-19,9	-32,6

**Tab.5a.** Metóda váženého priemeru- korekcie pre určované body  $U$ .

	$\delta X [mm]$	$\delta Y [mm]$
$U_1$	-0,5	-2,9
$U_2$	0,2	-2,0
$U_3$	0,1	-1,7
$U_4$	4,0	-1,1
$U_5$	-0,8	-7,9
$U_6$	0,8	-4,8

**Tab.5b.** Lineárna interpolácia pre trojuholníkovú štruktúru  $H_1H_2H_3$  - korekcie pre určované body  $U$ .

	$\delta X [mm]$	$\delta Y [mm]$
$U_1$	7,3	11,3
$U_2$	7,1	11,0
$U_3$	6,6	10,9
$U_4$	12,5	10,9
$U_5$	12,5	12,2
$U_6$	11,2	11,7

**Tab.5c.** Lineárna interpolácia pre trojuholníkovú štruktúru  $H_1H_2H_4$  - korekcie pre určované body  $U$ .

	$\delta X [mm]$	$\delta Y [mm]$
$U_1$	-12,1	-17,6
$U_2$	-10,4	-15,1
$U_3$	-10,8	-15,2
$U_4$	3,3	-2,9
$U_5$	-5,5	-14,7
$U_6$	-5,5	-13,2

**Tab.5d.** Multikvadraticová interpolácia - korekcie pre určované body  $U$ .

	$\delta X [mm]$	$\delta Y [mm]$
$U_1$	2,4	2,9
$U_2$	3,2	4,1
$U_3$	3,1	4,5
$U_4$	7,2	4,3
$U_5$	1,8	-4,3
$U_6$	3,4	-0,3

**Tab.5e.** Bezrozporová podobnostná transformácia - opravy súradníc bodov  $U$ .

	$v_X [mm]$	$v_Y [mm]$
$U_1$	-0,80	1,49
$U_2$	-0,06	2,82
$U_3$	-0,20	3,08
$U_4$	5,52	5,00
$U_5$	-0,28	-4,68
$U_6$	1,15	-0,69

**Tab.5f.** Bezrozporová afinná transformácia - opravy súradníc bodov  $U$ .

	$v_X [mm]$	$v_Y [mm]$
$U_1$	1,05	2,04
$U_2$	1,96	3,34
$U_3$	1,80	3,67
$U_4$	8,25	4,54
$U_5$	1,13	-4,73
$U_6$	2,92	-0,61

## Záver

V súčasnej dobe je transformačné včlenenie LBP do NBP v dátume S-JTSK najviac rozšíreným a používaným postupom v inžiniersko-technických aplikáciách geodézie, s rastúcim využívaním družicového globálneho polohového systému GPS. Pre minimalizovanie nehomogenity LBP pri jeho napojení na ŠTS s pre-

javom súradnicových rozporov medzi bodmi  $H_i$  a  $U_j$  sa tieto rozpory zmierňujú pomocou korekcií (resp. transformačnými postupmi) transformovaných súradníc bodov  $U_j$ .

Jednotlivé postupy dávajú rôzne výsledky podľa ich filozofie a realizácie. Napriek tomu môžeme považovať výsledné súradnice z transformácie a posttransformačnej úpravy za správne, i keď za najvhodnejšie treba považovať tie postupy, ktoré súradnicovú heterogenitu medzi bodmi  $H_i$  a  $U_j$  riešia najplynulejšie v celoplošnom rozsahu spojenia LBP a NBP. Uvedené postupy potvrdzujú správnosť využívania v praxi najpoužívanejších metód posttransformačných úprav súradníc, ktorými sú metódy vážených priemerov, podobnostná (Helmertova) transformácia a afinná transformácia, ako aj rôzne nelineárne druhy interpolačných procedúr.

### Literatúra

- Daniš, M.: Matematická kartografia. Bratislava, STU 1966.
- Göpfert, W.: Interpolationsergebnisse mit der Multiquadratischen Methode. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, (102) 1977, č.10, s.457 - 460.
- Hardy, R.L.: Geodetic applications of multiquadric analysis. *Allgemeine Vermessungsnachrichten*, (79) 1972, č.12, s.398 - 406.
- Hefty, J. a Husár, L.: Družicová geodézia. Globálny polohový systém. Bratislava, STU 1994.
- Sütti, J., Weiss, G., Šadera, M. a Gašinec, J.: 3D transformácie karteziánskych súradníc. In: *Práce Katedry geodézie a geofyziky F BERG č.2, Košice 1997*.
- Sütti, J., Weiss, G., Šadera, M. a Gašinec, J.: Interpretácia a riešenie súradnicových rozporov pri transformáciách. In: *Práce Katedry geodézie a geofyziky F BERG č.3, Košice 1997*.
- Sütti, J., Weiss, G., Šadera, M. a Gašinec, J.: 2D a 1D transformácie GPS meraní. In: *Práce Katedry geodézie a geofyziky F BERG č.4, Košice 1997*.
- Vykutil, J.: Vyšší geodezie. Praha, Kartografie 1982.
- Weiss, G. a Sütti, J.: Geodetické lokálne siete I. Košice, Technická univerzita 1994.