

## Kinetika mletia druhotnej serpentinitovej suroviny pri kaskádovom pracovnom režime

Slavomír Hredzák<sup>1</sup>, Štefan Jakabský<sup>1</sup>, Michal Lovás<sup>1</sup>, Miroslava Václavíková<sup>1</sup>,  
Marek Matík<sup>1</sup> a Michal Neubauer<sup>2</sup>

### Kinetics of Grinding of Secondary Serpentine Raw Material at Cascade Operating Mode

The paper deals with the grinding of secondary serpentine material from the Dobšiná's heap in a ball ceramic mill. The raw material was pre-sieved to prepare fraction of +250 –1,000 μm that was fed to the mill. During batch experiment an amount of oversize on the screen with a mesh size of 200 μm was observed as a function of time. Two speed modes were tested. Firstly, it was the mode designed by mill producer implicit from the structure of milling stand equipped by electromotor, friction gear onto driving shaft with given diameter. The speed of this original alignment attains 40 rpm. Secondly, it was cascade speed mode according to the Haase's equation, namely 53 rpm, achieved by enlargement of driving shaft diameter. As to winning of required final product 90 % –200 μm, increased speed resulted in the shortening of grinding time from 17.5 to 15.7 hour.

**Key words:** kinetics, cascade grinding, secondary serpentine raw material

### Úvod

Odpady po banskej a úpravnickej činnosti predstavujú na Slovensku problém, ktorý sa intenzívnejšie rieši hlavne po útlme baníctva v poslednom desaťročí. Skládky sú nesporne veľkou záťažou pre životné prostredie a pôsobia na všetky jeho faktory. Často sú však ešte potenciálnym zdrojom niektorých zaujímavých zložiek, ktoré by pri súčasnej úrovni poznania bolo možné ekonomicky získať.

Na severnom okraji mesta Dobšiná sa nachádza ložisko serpentinitu. Selektívnou ťažbou a úrovňou technológie úpravy v minulosti vzniklo nadmerné nahromadenie hlušiny, ktorá je skladovaná na haldách vo východnej časti ložiska. Kužeľovitá halda s výškou cca 60 m predstavuje objem cca 3 mil. m<sup>3</sup> druhotnej serpentinitovej suroviny (Dupej, 2003).

Hlavnými chemickými zložkami suroviny sú SiO<sub>2</sub> a MgO, konkrétne cca 44 % SiO<sub>2</sub> a cca 41 % MgO (Hredzák et al., 2004). Pred ďalším spracovaním, pred získaním týchto zložiek, je potrebné zmenšiť veľkosť zrna suroviny tak, aby bola vhodná na lúhovanie. V danom prípade, t.j. podľa požiadaviek praxe, sa sledovala kinetika mletia frakcie +250 –1000 μm na zrnitosť 90 % pod 200 μm.

### Základné rýchlostné režimy mletia

Stručný matematický popis rýchlostných režimov mletia vychádza z tzv. kritických otáčok  $n_{krit}$  (Perov a Brand, 1952, Špaldon, 1986), teda z predpokladu, že odstredivá sila je rovná tiaži mlecej gule, čím je guľa prítlačaná na plášť mlyna. Kritické otáčky sú dané vzťahom:

$$n_{krit} = \frac{42,4}{\sqrt{D}} \quad [\text{ot.min}^{-1}], \quad (1)$$

kde D je vnútorný priemer mlyna [m]. Odborná literatúra uvádza pre výpočet kritických otáčok aj vzťah (Rowland, 1985):

$$n_{krit} = \frac{424}{\sqrt{D-d}} \quad [\text{ot.min}^{-1}], \quad (2)$$

kde d je priemer mlecieho telesa, resp. gule [m].

<sup>1</sup> Ing. Slavomír Hredzák, PhD., Ing. Štefan Jakabský, PhD., RNDr. Michal Lovás, PhD., Ing. Miroslava Václavíková, PhD., RNDr. Marek Matík, Ústav geotechniky SAV, Watsonova 45, 043 53 Košice, [hredzak@saske.sk](mailto:hredzak@saske.sk)

<sup>2</sup> Ing. Michal Neubauer, Silicon, s. r. o. Dobšiná, Jarková 341, 04925 Dobšiná  
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 29. 11. 2004)

Pre doplnenie možno ešte uviesť niekoľko vzťahov pre pracovné otáčky mlyna  $n_p$ . Podľa T. Haasea, ktorý berie do úvahy trenie meliva pri kaskádovom režime, kedy sa uplatňuje mliaždenie a rozotieranie, platí:

$$n_p = \frac{24}{\sqrt{D}} \quad [\text{ot.min}^{-1}]. \quad (3)$$

Podľa Levensona, ktorý uvažuje kataraktový, resp. vodopádový režim mletia pri zdrobňovaní vsádzky úderom padajúcich mlecích telies, platí:

$$n_p = \frac{32}{\sqrt{D}}, \quad [\text{ot.min}^{-1}]. \quad (4)$$

A nakoniec, opäť Levenson zaviedol ešte pojem tzv. redukovanej vrstvy, ktorá dynamicky zohľadňuje celú náplň mlyna:

$$n_p = \frac{37,2}{\sqrt{D}}, \quad [\text{ot.min}^{-1}]. \quad (5)$$

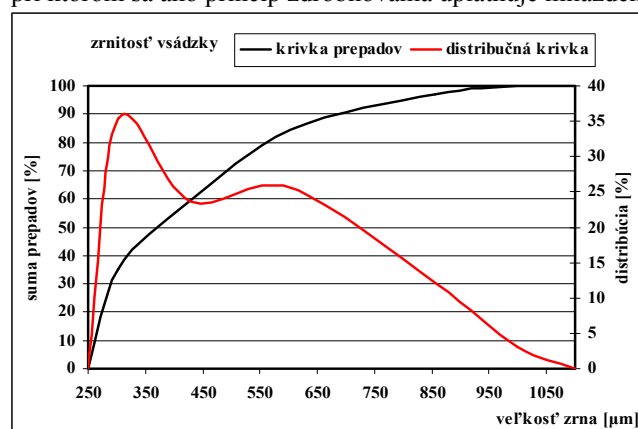
Podľa rovníc (3–5) sa teda mletie uskutočňuje v rozsahu cca 56 – 90 %  $n_{\text{krit}}$ . V odbornej literatúre, študujúcej kinetiku mletia, sa najčastejšie možno stretnúť s testovaním pracovných otáčok v rozsahu 55 – 95 %  $n_{\text{krit}}$  (Radziszewski, 1999, Tsivilis et al., 1999, Kotake et al., 2002, Dong a Moys, 2003, Deniz, 2003).

### Materiál a metódy

Zo suroviny zrnitosti +250 –1000  $\mu\text{m}$  bola kvartovaním pripravená vzorka pre zrnitostnú analýzu, ktorá sa uskutočnila triedením na laboratórnych sítach za sucha. Ako základná hodnota bola braná okatosť 250  $\mu\text{m}$ . Ďalšie hodnoty okatosti sít nad uvedenou hranicou sa vypočítali násobením tejto hodnoty modulom  $\sqrt{2}$ . Takto bola stanovená kompletná škála sít pre zrnitostný rozbor. Výsledky zrnitostnej analýzy sú uvedené na obr. 1. Z distribučnej krivky je zrejmé, že najviac je v surovine zastúpená trieda cca +290 –330  $\mu\text{m}$ , nezanedbateľná je aj trieda +550 –610  $\mu\text{m}$ . Z kumulatívnej krivky prepadov vyplýva, že 80 % materiálu má veľkosť zrna pod 560  $\mu\text{m}$ .

Mletie serpentinitovej suroviny sa uskutočnilo v univerzálnom laboratórnom keramickom guľovom mlyne (Laboratorní přístroje, Praha) s vnútorným priemerom 20,5 cm a vnútornou dĺžkou 21 cm. Pracovný objem tohto mlyna je cca 7 litrov. Ako mlecie telesá boli použité keramické gule s priemerom cca 36 – 42 mm a hustotou 2,60  $\text{g.cm}^{-3}$ . Mlyn bol plnený podľa odporúčania výrobcu tak, aby bola zaplnená  $\frac{1}{3}$  objemu mlyna, vrátane mletého materiálu a mlecích guľ. Objemový pomer mlecích guľ ku vsádzanému materiálu bol 1:1. Počas mletia je mlyn umiestnený na mlecej stolici, na hnacom a opornom hriadeľi, tak ako to je možné vidieť na obr. č. 2. Hnací hriadeľ je cez trecí prevod hnaný priamo od rotora elektromotora.

V prvom prípade bola sledovaná kinetika mletia pri konštrukčnom otáčkovom režime 40  $\text{ot.min}^{-1}$ , t.j. bez zásahu do konštrukcie prevodu a hnacieho hriadeľa. V druhom prípade sa zväčšil priemer hnacieho hriadeľa, pričom prevádzkovaná hladina 53  $\text{ot.min}^{-1}$  zodpovedá kaskádovému režimu mletia podľa rovnice (3). Vzhľadom na to, že surovina v hojnom počte obsahuje ihličkovité zrna azbestu, možno predpokladať, že kaskádový režim, pri ktorom sa ako princíp zdrobňovania uplatňuje mliaždenie a rozotieranie, bude výhodnejší.



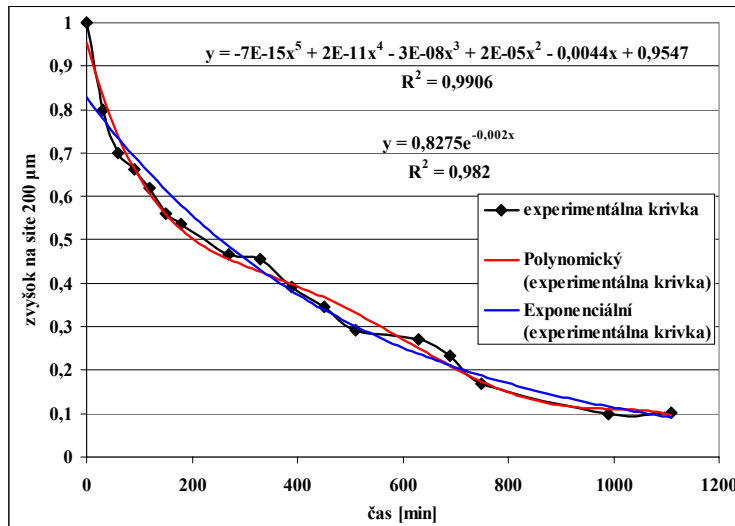
Obr. 1. Zrnitosť podania do mlyna. Distribučná krivka a krivka prepadov  
Fig. 1. Grain size of the feed into the grinding mill. The distribution and passing curve.



Obr. 2. Keramický guľový mlyn  
Fig. 2. Ceramic ball mill.

Kinetika mletia bola sledovaná ako závislosť zvyšku suroviny na site (vyjadreného v absolútnych číslach, t.j. 100%  $\approx$  1) s okatosťou 200  $\mu\text{m}$  od času. Na základe experimentálnych dát boli skonštruované krivky, nimi boli preložené trendové čiary, spolu s rovnicami, ktoré ich popisujú. Pri trendových čiarach sú uvedené aj rovnice spoľahlivosti.

### Výsledky a diskusia



Kinetika mletia, ako závislosť zvyšku na site 200  $\mu\text{m}$  vyjadreného hmotnostným zlomkom od času mletia v minútach pri 40 ot.min<sup>-1</sup>, je znázornená na obr. 3, podobne pre 53 ot.min<sup>-1</sup> je uvedená na obr. 4.

Obr. 3. Kinetika mletia pri 40 ot.min<sup>-1</sup>.  
Fig. 3. Kinetics of grinding at 40 rpm.

Obecne možno tieto rovnice napísať v tvare:

$$z = f(t), \quad (6)$$

kde  $z$  je zvyšok na site a  $t$  je čas v minútach.

Polynomicke rovnice síce vykazujú vyššiu hodnotu spoľahlivosti, ale pre praktický výpočet potrebného času mletia sú nepoužiteľné, pretože inverzná funkcia k takýmto polynómom neexistuje. Pre porovnanie otáčkových režimov sú aplikovateľné iba exponenciálne rovnice, s upravenou symbolikou podľa rovnice (6):

$$z = 0,8275 \cdot \exp(-0,002t), \text{ pre } 40 \text{ ot.min}^{-1}, \quad (7)$$

resp.

$$z = 0,7022 \cdot \exp(-0,0021t), \text{ pre } 53 \text{ ot.min}^{-1}. \quad (8)$$

Obecný zápis by bol:

$$z = a \cdot \exp(-bt), \text{ t.j. } \ln(z) = \ln(a) - bt, \quad (9)$$

z čoho pre čas  $t$  vychádza:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{a}{z}\right)}{b} \text{ [min]} \quad (10)$$

Po dosadení  $z = 0,1$  a príslušných koeficientov vychádza pre 40 ot.min<sup>-1</sup> čas 1056 minút, pre 52 ot.min<sup>-1</sup> je to 928 minút. Ak je inverzia polynómu nemožná, možná je inverzia osí, kde je priamo čas funkciou zvyšku na site, platí:

$$t = f(z). \quad (11)$$

Uvedené závislosti sú znázornené na obr. 5 a 6, navyše aj s logaritmickeými funkciami. Po prepísaní symboliky pre 40 ot.min<sup>-1</sup> platí:

$$t = -20128 \cdot z^5 + 55208 \cdot z^4 - 56496 \cdot z^3 + 28225 \cdot z^2 - 8470,8 \cdot z + 1660,5, \quad (12)$$

resp.:

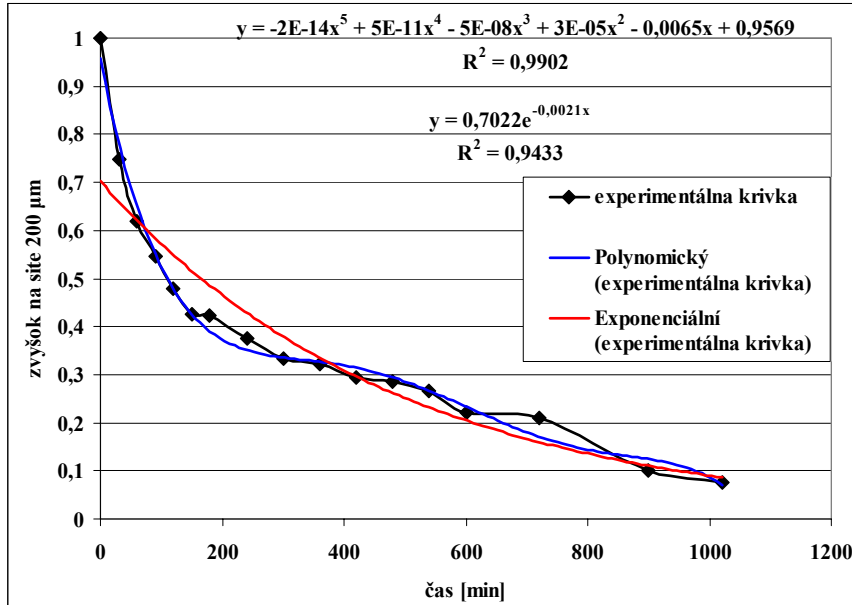
$$t = -495,81 \cdot \ln(z) - 86,777. \quad (13)$$

Podobne pre režim 53 ot.min<sup>-1</sup> platí:

$$t = 30667.z^5 - 85741.z^4 + 85972.z^3 - 34986.z^2 + 3179,5.z + 909,35, \quad (14)$$

resp.:

$$t = -459,27.\ln(z) - 141,64. \quad (15)$$

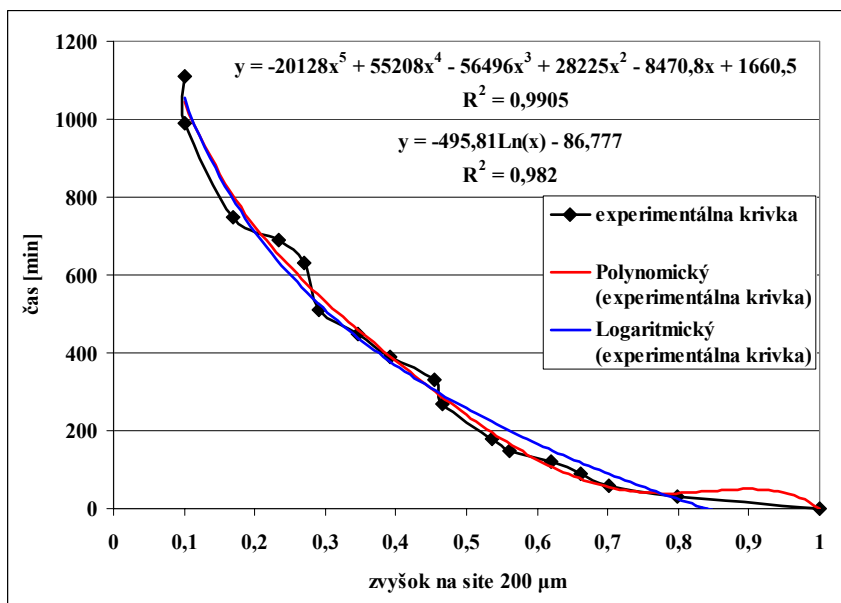


Obr. 4. Kinetika mletia pri 53 ot.min<sup>-1</sup>.  
Fig. 4. Kinetics of grinding at 53 rpm.

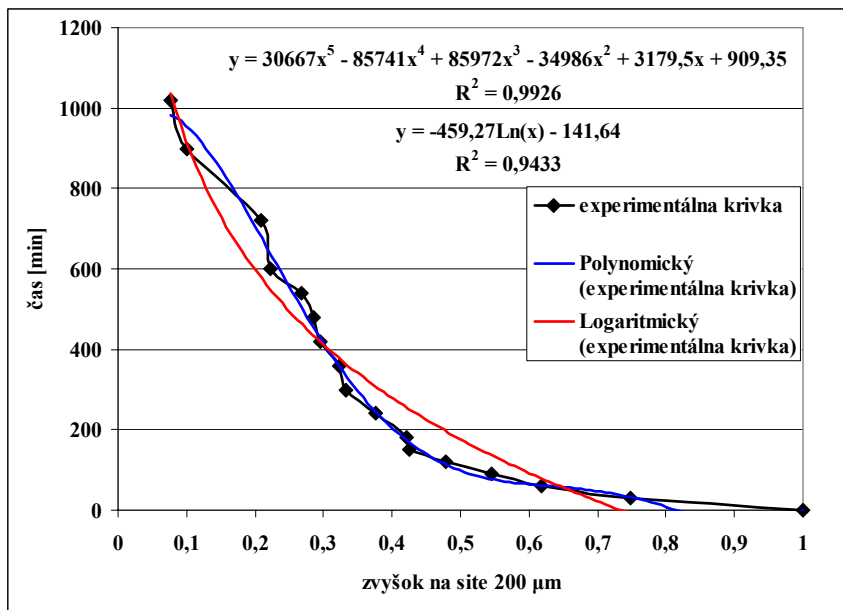
Kompletne, po dosadení  
 $z = 0,1$ , sú výsledky výpočtov  
zhrnuté v tabuľke 1.

Tab. 1. Vypočítané časy mletia.  
Tab. 1. Calculated times of grinding.

funkcia	čas mletia pri 40 ot.min <sup>-1</sup>		čas mletia pri 53 ot.min <sup>-1</sup>	
	[min]	[hod]	[min]	[hod]
exponenciálna	1056	17,6	928	15,5
polynomická	1044	17,4	955	15,9
logaritmickej	1055	17,6	916	15,3
priemer	1052	17,53	933	15,57



Obr. 5. Kinetika mletia pri 53 ot.min<sup>-1</sup>.  
Fig. 5. Kinetics of grinding at 53 rpm.



Obr. 6. Kinetika mletia pri 53 ot.min<sup>-1</sup>.  
Fig. 6. Kinetics of grinding at 53 rpm.

Z hodnôt, uvedených v tabuľke 1, vyplýva, že otáčkový režim podľa Haaseho rovnice (3), je výhodnejší. Oproti základnému režimu, vyplývajúceho z originálnej konštrukcie mlecnej stolice, sa celkový čas mletia vsádzky +250 – 1000 µm na zrnitosť 90% pod 200 µm skrátil o cca 2 hodiny.

### Záver

V predloženom príspevku sú uvedené výsledky výskumu kinetiky mletia druhotnej serpentinitovej suroviny za sucha v keramickom laboratórnom guľovom mlyne pri kaskádovom režime. Výsledky možno zhrnúť nasledovne:

- Zvýšenie otáčok mlyna zo 40 na 53 ot.min<sup>-1</sup> pri mletí frakcie +250 – 1000 µm sa prejavilo v skrátení času z cca 17,5 hod. na 15,5 hod. Modelové rovnice celkom uspokojivo vystihujú skutočnosť (spravidla  $R^2 > 0,94$ ), preto počas testovania je možné pomerne presne odhadnúť konečný čas mletia jednej vsádzky. Samozrejme, s dlhším časom mletia sa po kontrolnej zrnitostnej analýze odhad spresňuje. Stanovenie času mletia je dôležité aj z praktického hľadiska, t. zn., aby zbytočne nedochádzalo k podomieľaniu materiálu, teda šetrí sa čas aj energia.
- Ďalší výskum, aj napriek veľkej časovej náročnosti, by bolo vhodné zamerať na prešetrenie vyšších otáčkových režimov, t.j. bližšie ku kritickým otáčkam, kde je podľa doteraz dosiahnutých výsledkov možný predpoklad ďalšieho skracovania doby mletia.

### Literatúra - References

- Deniz, V.: A study on the specific rate of breakage of cement materials in a laboratory ball mill. *Cement and Concrete Research*, 33 (2003), pp. 439 – 445.
- Dong, H., Mozs, M.,H.: Load behaviour and power mill. *Int. J. Miner. Process.* 69 (2003), pp. 11–28.
- Dupej, Jozef: Stanovisko Slovenskej agentúry životného prostredia pre MŽP SR k dokumentácii „Dobšiná – ťažba a spracovanie serpentinitu za účelom výroby oxidu kremičitého a chloridu horečnatého“, *SAŽP Banská Bystrica*, 2003, 2 s.
- Hredzák, S., Jakabský, Š., Lovás, M., Václavíková, M.: Mletie a mokrá magnetická separácia druhotnej serpentinitovej suroviny, *Výskumná správa, ÚGt SAV Košice*, 2004, 19s.
- Kotake, N., Suzuki, K., Asahi, S., Kanda, Y.: Experimental study on the grinding rate constant of solid materials in a ball mill., *Powder Technology* 122, (2002), pp. 101 –108.
- Kulový mlyn., *Laboratorní přístroje, n.p. Praha II. Návod k obsluze. Vydala CHIRANA, KNT 07-3087-59.*
- Perov, V.,A., Brand, V.,J.: *Mletí rud., SNTL Praha*, 1953, 161 strán.
- Radziszwski, P.: Fundamental batch mill model identification., *Minerals Engineering*, Vol. 12, (1999), No. 7., pp. 809 – 826.
- Rowland, C.,A.: Ball Mills., *Section 3C – Grinding. In: SME Mineral Processing Handbook, Volume 1, ed. N. L. WEISS, American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers, Inc., New York*, 1985.
- Špaldon, F.: Úprava nerastných surovín., *ALFA/SNTL, Bratislava/Praha*, 1986, 484 strán.
- Tsivilis, S., Voglis, N., Photou, J.: Technical note., *A study on the intergrinding of clinker and limestone. Minerals Engineering*, Vol. 12, (1999), No. 7., pp. 837 – 840.